

PHẦN I: LÀM QUEN VỚI CÁC BÀI TOÁN ĐƠN GIẢN.

1. TÍNH GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC

Tính giá trị của các biểu thức sau (Lấy chính xác hoặc làm tròn 5 chữ số ở phần thập phân).

$$A = 1 + 2 + 3 + \dots + 15$$

$$B = (649^2 + 13 \times 180^2)^2 - 13 \times (2 \times 496 \times 180)$$

$$C = 3\sqrt[3]{\sqrt{5} - \sqrt[3]{4}} - \sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{20} + \sqrt[3]{25}$$

$$D = \sqrt[3]{200 + 126\sqrt[3]{2} + \frac{54}{1 + \sqrt[3]{2}}} + \sqrt[3]{\frac{18}{1 + \sqrt[3]{2}}} - 6\sqrt[3]{2}$$

$$E = \left(1\frac{1}{3} + 2\frac{2}{5}\right) \div \left(1\frac{3}{4} - \frac{6}{4}\right) \div \left(1,5 + 2\frac{2}{5} + 3,7\right)$$

$$F = 1 + 2 + 3 + \dots + 2010$$

$$G = 1 + 3 + 5 + \dots + 2009$$

Giải

$$A = 120; B = 1; C = 2,63070; D = 8; E = \frac{112}{57}$$

$$F = \frac{2010 - 1 + 1}{2} \cdot (2010 + 1) = 2021055 \quad G = \left(\frac{\frac{2009 - 1}{2} + 1}{2}\right) \cdot (2009 + 1) = 1010025$$

Câu 1, 2 chắc là dễ nhưng đối với câu 3 này nếu bạn dùng máy tính fx 570MS trở xuống thì phải chú ý mở thêm ngoặc vì máy tính hiểu sai về thứ tự thực hiện các phép tính, việc sử dụng máy tính fx 570ES hiện thị giống sách giao khoa rất dễ để làm các bài tập này, nó sẽ còn có nhiều thuận lợi hơn khi giải các bài toán về sau mà máy tính khác không giải được.

Quy trình bấm phím sai trên 500MS hoặc 570MS: $3 \times \sqrt{x}$ **shift** $\sqrt[3]{x}$ **5 - shift** $\sqrt[3]{x}$ **4 - shift** $\sqrt[3]{x}$ **2 - shift** $\sqrt[3]{x}$ **20 + shift** $\sqrt[3]{x}$ **25** Đáp số sai: 1,285259478

Nguyên nhân là phải mở thêm ngoặc vì máy tính sẽ hiểu nhầm biểu thức. Quy trình bấm phím đúng: $3 \times \sqrt{x}$ (**shift** $\sqrt[3]{x}$ (**5 - shift** $\sqrt[3]{x}$ **4**)) - **shift** $\sqrt[3]{x}$ **2 - shift** $\sqrt[3]{x}$ **20 + shift** $\sqrt[3]{x}$ **25** Đáp số: 2,630704324

Câu 6, 7 ta phải biết đến công thức học được ở lớp 8 (ở bài luyện tập).

Bài tập tự luyện:

1. Tính giá trị của biểu thức và viết kết quả dưới dạng phân số:

$$A = \left(1\frac{1}{3} + 2\frac{2}{5}\right) \div \left(1\frac{3}{4} - \frac{6}{4}\right) \div \left(1,5 + 2\frac{2}{5} + 3,7\right)$$

$$B = 12 \div 1 \frac{5}{7} \times \left(1 \frac{3}{4} + 3 \frac{2}{11} \div 2 \frac{3}{121} \right)$$

$$C = \frac{\left(1,08 - \frac{2}{25} \right) \div \frac{4}{7} + 8 \cdot \left(\frac{4}{5} \times 1,25 \right)}{\left(6 \frac{5}{9} - 3 \frac{1}{4} \right) \times 2 \frac{2}{17} + 6,4 - \frac{10}{25}} + 5 \frac{1}{3} + (1,2 \times 0,5) \div \frac{4}{5}$$

2. Thực hiện phép tính:

$$A = (649^2 + 13.180^2) - 13.(2.649.180)^2$$

$$B = 3\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{20} + \sqrt[3]{25}$$

$$C = \sqrt{200 + 126\sqrt{2} + \frac{54}{1 + \sqrt[3]{2}}} + \sqrt{\frac{18}{1 + \sqrt[3]{2}} - 6\sqrt{2}}$$

$$D = \frac{\pi^3 \sqrt{816.13^2}}{\sqrt[3]{712,35^{17}}}$$

$$E = 182 \times \left[\frac{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27}}{4 + \frac{4}{7} + \frac{4}{49} + \frac{4}{343}} \div \frac{2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \frac{2}{27}}{1 + \frac{1}{7} + \frac{1}{49} + \frac{1}{343}} \times \frac{91919191}{80808080} \right]$$

3. Tính 5% của $\frac{\left(6 \frac{3}{5} - 3 \frac{3}{14} \right) \cdot 5 \frac{5}{6}}{21 - 1,25 \div 2,5}$

4.1 Tính giá trị gần đúng đến 7 chữ số ở phần thập phân.

$$A = \sqrt{2 + \sqrt[3]{3 + \sqrt[4]{4 + \sqrt[5]{5 + \sqrt[6]{6 + \sqrt[7]{7 + \sqrt[8]{8 + \sqrt[9]{9}}}}}}}}$$

4.2 Tính và làm tròn đến 6 chữ số ở phần thập phân.

$$B = \frac{3 \div 0,4 - 0,09 \div (0,15 \div 2,5)}{0,32 \times 6 + 0,03 - (5,3 - 3,88) + 0,67} + \frac{(2,1 - 1,965) \div (1,2 \times 0,045)}{0,00325 \div 0,013}$$

$$C = \frac{(10,38 \times 7,12 + 10,38^2) \times \left(1,25 \times \frac{22}{35} - \frac{4}{7} \times 1,25 \right) + 32,025}{(11,81 + 8,19) \times 0,02 \div (9 \div 11,25) + 13}$$

4.3 Tính và làm tròn đến 5 chữ số ở phần thập phân.

$$D = \left[\left(\frac{13}{84} \times 1,4 - 2,5 \times \frac{7}{180} \right) \div 2 \frac{7}{18} + 4 \frac{1}{2} \times 0,1 \right] \div \left(70,5 - 528 \div 7 \frac{1}{2} \right)$$

4.4 Tính giá trị của biểu thức lấy kết quả với 2 chữ số ở phần thập phân.

$$E = \sqrt{3211930 + \sqrt{291945 + \sqrt{2171954 + \sqrt{3041975}}}}$$

2. BÀI TẬP SỐ HỌC NHỎ

1. Tìm số dư khi chia 2010 cho 12.

Giải

Ta thực hiện phép chia bình thường ấn: $2010 \div 12 =$ (Kết quả: 167,5)

Tìm số dư ấn tiếp: $\text{Ans} - 167 = \times 12 =$ (Đáp số: 6)

Vậy số dư cần tìm là 6.

2. Số 2009 là số nguyên tố hay hợp số.

Giải

Ta tính: $\sqrt{2009} = 44,82186966$

Để kiểm tra 2009 là số nguyên tố hay là hợp số thì ta chỉ việc chia số 2009 cho các số nguyên tố nhỏ hơn hoặc bằng 44.

2009 không chia hết cho 2

2009 không chia hết cho 3

2009 không chia hết cho 5

2009 chia hết cho 7

Vậy 2009 là hợp số.

Bài tập tự luyện

1. Tìm số dư khi chia 20092010 cho 999.

2. Số 4826809 là số nguyên tố hay là hợp số.

3. TÍNH GIÁ TRỊ GÓC, LƯỢNG GIÁC

1. Cho $\cos \alpha = 0,5$. Tính các giá trị lượng giác còn lại của góc α . (Lấy hết kết quả hiện thị ở màn hình).

2. Cho α là góc nhọn với $\sin \alpha = 0,813$. Tính: $\cos 5\alpha$ (Lấy hết kết quả hiện thị ở màn hình).

3. Tính giá trị của biểu thức sau chính xác đến 0,0001.

$$B = \frac{\cos 36^\circ 25' 12'' - \cos 63^\circ 17' 34''}{\cos 40^\circ 22' 20'' + \cos 52^\circ 10' 45''}$$

Giải

1. Ta tính góc α bằng cách nhấn: **shift cos⁻¹ 0,5 =** (Kết quả = 60)

Tính các giá trị lượng giác còn lại ta thực hiện tính giá trị lượng giác của góc 60° .

$$\sin \alpha \approx 0,866$$

$$\tan \alpha \approx 1,7321$$

$$\cot \alpha \approx 0,5774$$

2. Tính góc α rồi tính $\cos 5\alpha$. Quy trình bấm phím: **shift sin 0,813 = (54.39008374** (thoã góc nhọn) **cos (5 x Ans) = (Đáp số: 0,03403465362).**

3. Quy trình bấm phím trên máy fx 500MS hoặc fx 570MS là: **(cos 36 ° ” 25 ° ” 12 ° ” – cos 63 ° ” 17 ° ” 34 ° ”) ÷ (cos 40 ° ” 22 ° ” 20 ° ” + cos 52 ° ” 10 ° ” 45 ° ”) =** (Đáp số: $0^{\circ}15'30,09'' \approx 0,2584$)

Bài tập tự luyện:

1. Cho α là góc nhọn. (Lấy hết kết quả hiện thị ở màn hình).

$\sin \alpha = 0,831$. Tìm $\cos 5\alpha$

$\cos \alpha = 0,1234$. Tìm $\sin 2\alpha$

2. Cho $\cos A = 0,8516$; $\tan B = 3,1725$; $\sin C = 0,4351$ (A, B, C nhọn). Tính $(\hat{A} + \hat{B} - \hat{C})$

3. Tính A, B, C, biết:

$$A = \frac{22^{\circ}25'8'' \cdot 2,6 + 7^{\circ}47'35''}{9^{\circ}28'16''}$$

$$B = \frac{3^{\circ}47'55'' \cdot 3 + 5^{\circ}11'45''}{6^{\circ}52'17''}$$

$$C = \frac{\sin 34^{\circ}36' - \tan 18^{\circ}43'}{\cos 78^{\circ}12' + \cos 2^{\circ}13'17''}$$

4. GIẢI PHƯƠNG TRÌNH, HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Ghi nhớ: Đối với các máy fx 500MS, fx 570MS, fx 500ES, fx 570ES thì các phương trình và hệ phương trình được viết dưới dạng tổng quát như sau:

$$ax^2 + bx + c = 0; \quad ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

Khi nhập vào máy ta nhấn a, b, c hoặc d.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \text{ Khi nhập vào máy ta nhấn } a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2.$$

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases} \text{ Khi nhập vào máy ta nhấn } a_1, b_1, c_1, d_1, a_2, b_2, c_2, d_2, a_3, b_3, c_3, d_3.$$

Bài tập giải các phương trình và hệ phương trình sau:

1. $x^2 - 11x + 30 = 0$

2. $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$

3. $\begin{cases} 12x - 13y = 8 \\ 37x + 29y = 14 \end{cases}$

4. $\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = -1 \end{cases}$

$$5. \begin{cases} 4x + y - 2z = -1 \\ x + 6y + 3z = 1 \\ 5x + 4y + z = -7 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x + y = 12 \\ x + z = 22 \\ y + z = 28 \end{cases}$$

Sử dụng chương trình cài sẵn trong máy để tính.

1. Vào EQU, Degree : 2

Nhập: $1 = -11 = 30 =$ (Đáp số: $x_1 = 5, x_2 = 6$).

2. Vào EQU, Degree : 3

Nhập: $1 = -6 = 11 = -6 =$ (Đáp số: $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3$).

3. Vào EQU, 2 unknowns.

$$\text{Nhập: } 12 = -13 = 8 = 37 = 29 = 14 =. \text{Đáp số: } \begin{cases} x = \frac{414}{829} \\ y = -\frac{128}{829} \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot x - \frac{1}{3} \cdot y = 1 \\ \frac{1}{2} \cdot x + \frac{1}{2} \cdot y = -1 \end{cases} \text{Đáp số: } \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

5. Vào EQU, 3 unknowns.

Nhập: $4 = 1 = -2 = -1 = 1 = 6 = 3 = 1 = 5 = 4 = 1 = -7 =.$ Đáp số: $x = -\frac{18}{7}; y = \frac{7}{3}; z = -\frac{73}{21}$

$$6. \begin{cases} x + y = 12 \\ x + z = 22 \\ y + z = 28 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + 0 \cdot z = 12 \\ x + 0 \cdot y + z = 22 \\ 0 \cdot x + y + z = 28 \end{cases} \text{Đáp số: } \begin{cases} x = 3 \\ y = 9 \\ z = 19 \end{cases}$$

Bài tập tự luyện:

1. Giải phương trình (Ghi kết quả đủ 9 chữ số ở phần thập phân).

a, $2,343x^2 - 1,54x - 3,141 = 0$

b, $1,23785x^2 + 4,35816x - 6,98753 = 0$

2. Giải hệ phương trình.

a, $\begin{cases} 1,372x - 4,915y = 3,123 \\ 8,368x + 5,214y = 7,318 \end{cases}$ (Ghi đủ 9 chữ số ở phần thập phân)

$$b, \begin{cases} x + y + z = 11 \\ 2x - y + z = 5 \\ 3x + 2y + z = 24 \end{cases} \quad c, \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1 \\ \frac{x}{2} + \frac{2y}{3} = -1 \end{cases}$$

3. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1,3}{x-2} + \frac{2,4}{y-1} = 1 \\ \frac{3,1}{x-2} + \frac{4,5}{y-1} = 1 \end{cases}$$

4. Tính $\frac{x}{y}$ biết x và y là nghiệm của hệ:
$$\begin{cases} 83249x + 16571y = 108249 \\ 16571x + 83249y = 41751 \end{cases}$$

5. CÁC BÀI TOÁN ĐỐ

1. Khi dùng máy tính Casio để thực hiện phép chia một số tự nhiên cho 48, được thương là 37, số dư là số lớn nhất có thể có được của phép chia đó. Hỏi số đó là bao nhiêu?
2. Tìm số nguyên x, biết rằng nếu nhân số đó với 12 rồi cộng thêm $\frac{1}{2}$ số đó thì được bình phương số đó cộng với 21.
3. Cho 3 số nguyên nếu cộng hai số bất kì thì ta được các số sau: 12, 22, 28. Tìm ba số đó.
4. Tỷ số vốn của hai nhà kinh doanh là 0,6. Hỏi mỗi người có số vốn là bao nhiêu? Biết rằng người thứ nhất nhiều hơn người thứ hai là 100 triệu đồng.
5. Một ao cá có 4800 con cá gồm ba loại trắm, mè, chép. Số mè bằng $\frac{2}{7}$ số trắm. Số chép bằng $\frac{1}{2}$ số mè. Tính số lượng của mỗi loại cá trong ao.

Giải

1. Ta có số dư nhỏ hơn số chia 48, nên số dư lớn nhất có thể được trong phép chia một số tự nhiên cho 48 là 47.

Do thương thu được là 37 nên số bị chia cần tìm là: $37 \times 48 + 47 = 1823$

2. Theo đề bài ta có:

$$12x + \frac{1}{2}x = x^2 + 21 \Leftrightarrow x^2 - \frac{25}{2}x + 21 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{21}{2} \text{ (loại)} \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy số nguyên x cần tìm là 2.

3. Gọi 3 số đó là x, y, z. (Điều kiện: x, y, z \in Z)

Theo đề bài ta có:

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ x + z = 22 \\ y + z = 28 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 9 \\ z = 19 \end{cases}$$

Vậy ba số phải tìm là **3, 9, 19**.

4. Gọi số vốn của hai người là: a, b (triệu đồng) (Điều kiện: a, b > 0)

Theo đề bài ta có:

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = 0,6 \\ y - x = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 150 \\ y = 250 \end{cases}$$

Vậy số vốn của hai người lần lượt là: 150, 250 triệu đồng.

5. Gọi số cá loại trắm, mè, chép lần lượt là: x, y, z (Điều kiện: z, y, z ∈ N*)

Theo đề bài ta có:

$$\begin{cases} x + y + z = 4800 \\ y = \frac{2}{7}x \\ z = \frac{1}{2}y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 4800 \\ \frac{2}{7}x - y = 0 \\ \frac{1}{2}y - z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3360 \\ y = 960 \\ z = 480 \end{cases}$$

Vậy trong ao có 3360 con cá trắm, 960 con cá mè và 480 con cá chép.

Bài tập tự luyện:

1. Một số nguyên x khi nhân với 12 rồi cộng với 12, cộng số tìm được với $\frac{1}{2}$ số phải tìm, được bao nhiêu đem chia cho 3 được 54. Tìm số x ban đầu.
2. Anh Sáu đan xong 6 cái rổ hết 1 giờ, 20 cái rế hết 1 giờ 30 phút. Hỏi anh Sáu đan 100 cái rổ và 100 cái rế hết bao lâu?
3. Một người vào bưu điện để gửi tiền cho người thân ở xa, trong túi có 5 000 000 đồng. Chi phí dịch vụ hết 0,9% tổng số tiền gửi đi. Hỏi người thân nhận tối đa bao nhiêu tiền.

6. CÁC ĐỀ CĂN BẢN

Đề HHN#1: (Thang điểm 50). **Thời gian: 30 phút.**

Chú ý: Nếu đề bài không yêu cầu gì thì thí sinh phải lấy hết kết quả hiện thị trên màn hình.

Bài 1: (5 điểm) Tính giá trị của biểu thức: (Làm tròn 5 chữ số ở phần thập phân).

$$A = 3\sqrt{\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{4}} - \sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{20} + \sqrt[3]{25} \cdot \sqrt{20}$$

$$B = \sqrt[3]{200 + 126\sqrt{2}} + \frac{54}{\sqrt[3]{2}} + \sqrt[3]{\frac{18}{1 + \sqrt[3]{2}}} - 6\sqrt[3]{2}$$

Bài 2: (5 điểm) Tính tổng của A sau:

$$A = 2 + 4 + 6 + \dots + 2010$$

Bài 3: (5 điểm) Tìm một số biết rằng 5% của số đó là:

$$\frac{\sqrt[5]{1,815.2,732^5}}{\sqrt[3]{4,621^4}}$$

Bài 4: (5 điểm) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x - 13y = 4 \\ 7x + 9y = 10 \end{cases}$$

Bài 5: (5 điểm) Giải phương trình:

$$3x^2 - 9x = -54$$

Bài 6: (5 điểm) Tìm số dư của 123456 cho 135.

Bài 7: (5 điểm) Trình bày 1 phương pháp kiểm tra số 881 là số nguyên tố hay là hợp số.

Bài 8: (5 điểm) Tính giá trị của lượng giác sau:

$$A = \frac{\tan 4^\circ 26' 12'' + \tan 77^\circ 41'}{\cos 67^\circ 23' - \sin 23^\circ 28'}$$

$$B = \frac{6^h 47' 29'' - 2^h 58' 38''}{1^h 31' 42'' \cdot 3}$$

Bài 9: (5 điểm) Cho 3 số nguyên nếu cộng hai số bất kì thì ta được các số sau: 22, 32, 42. Tìm tích của 3 số đó.

Bài 10: (5 điểm) Một bộ quần áo được bán như sau: Cái quần bán với giá 200 000 đồng trong đó số tiền lãi là 47 000 đồng. Cái áo bán với giá 150 000 đồng. Biết tỉ lệ tiền vốn của cái quần so với chiếc áo là $\frac{3}{2}$. Hỏi tiền lãi thu được của bộ quần áo đó là bao nhiêu?

Xem đáp án tự chấm điểm trang 11

ĐỀ HHN#2: (Thang điểm 50). **Thời gian: 30 phút.**

Chú ý: Nếu đề bài không yêu cầu gì thì thí sinh phải lấy hết kết quả hiện thị trên màn hình.

Bài 1: (5 điểm) Tính tổng của A sau:

$$A = 3 + 6 + 9 + 12 + \dots + 2010$$

Bài 2: (5 điểm) Tính giá trị của biểu thức: (Làm tròn 5 chữ số ở phần thập phân).

$$A = 3\sqrt{\sqrt{5} - \sqrt[3]{3}} - \sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{20} + \sqrt[3]{25}$$

$$B = \sqrt[3]{2010 + 126\sqrt[3]{2} + \frac{54}{1 + \sqrt[3]{2}}} + \sqrt[3]{\frac{18}{1 + \sqrt[3]{2}}} - 6\sqrt[3]{2}$$

Bài 3: (5 điểm) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 12x - 13y + 8 = 0 \\ 37x + 29y + 14 = 0 \end{cases}$$

Bài 4: (5 điểm) Giải phương trình:

$$2,354x^2 - 1,542x - 3,141 = 0$$

Bài 5: (5 điểm) Tìm 5% của số :

$$\frac{\sqrt[5]{1,815.2,732^5}}{\sqrt[3]{4,621^4}}$$

Bài 6: (5 điểm) Tìm số dư của 9999 cho 22.

Bài 7: (5 điểm) Trình bày 1 phương pháp kiểm tra số 157 là số nguyên tố hay là hợp số.

Bài 8: (5 điểm) Tính giá trị của lượng giác sau:

$$D = \frac{\sin 4^\circ 26' + \tan 77^\circ 41' 12''}{\cot 67^\circ 23' - \tan 23^\circ 28'}$$

$$E = \frac{6^\circ 50' 2'' - 2^\circ 38' 39''}{33^\circ 33' 33''}$$

Bài 9: (5 điểm) Một bộ quần áo được bán như sau: Cái quần bán với giá 200 000 đồng trong đó số tiền lãi là 48 000 đồng. Cái áo bán với giá 150 000 đồng. Biết tỉ lệ tiền lãi của cái quần so với chiếc áo $\frac{3}{2}$. Hỏi tiền vốn bỏ ra của bộ quần áo đó là bao nhiêu?

Bài 10: (5 điểm) Cho 3 số nguyên nếu tích hai số bất kì thì ta được các số sau: 20, 24, 30. Tìm số lớn nhất trong 3 số đó.

Xem đáp án tự chấm điểm trang 12

7. ĐÁP ÁN ĐỀ TỰ LUYỆN VÀ LUYỆN TẬP

1.1 $A = \frac{112}{57}; B = \frac{93}{4}; C = \frac{23}{3}$

1.2 $A = -70963860239; B = 5,428835233; C = 20,1979994; D = 7,87001006 \times 10^{-13}; E = 25 \frac{281}{320}$

Câu A khi tính ra sẽ hiện thị trên màn hình: $-7,096386024 \times 10^{11}$ nhưng trong thực tế là máy tính vẫn tính đúng 2 chữ số bị ẩn đi. Để tính chính xác ta chỉ cần cộng Ans với $7,09638 \times 10^{11}$ để nhìn thấy 2 chữ số đã bị ẩn.

1.3 $\frac{79}{1640}$

1.4 $A = 1.9116392; B = 10,829876; C = 3,717778; D = 5,00000; E = 1792,34$

2.1 Lấy $20092010 \div 999$ được 20112,12212 (Phần nguyên là 20112)

Tìm số dư lấy: $20092010 - 20112 \times 999 = 112$

Vậy số dư là 112.

2.2 Chia số 4826809 cho các số nguyên tố từ 2 rồi tăng dần.

\Rightarrow Số 4826809 là hợp số vì chia hết cho 13.

3.1 Ta có:

a, Góc $\alpha = \sin^{-1} 0,831 = 56^\circ 12' 5,76'' \Rightarrow \cos 5\alpha = 0,1909460223$

b, Góc $\alpha = \cos^{-1} 0,1234 = 82^\circ 54' 41,88'' \Rightarrow \sin 2\alpha = 0,2449137107$

3.2 Ta có: góc A = $\cos^{-1} 0,8516 = 31^{\circ}36'49,96''$; góc B = $\tan^{-1} 3,1725 = 72^{\circ}30'16,88''$;
góc C = $\sin^{-1} 0,4351 = 25^{\circ}47'29,97'' \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} - \hat{C} = 78^{\circ}19'87''$

3.3 $A = 6^{\text{h}}58'38,05''$; $B = 2^{\circ}24'52,57''$; $C = 0,1902714066$

4.1 a, $x_1 = 1,532213277$; $x_2 = -0,8749362822$

b,
$$\begin{cases} x = 1,196618891 \\ x = -4,717368578 \end{cases}$$

4.2 a,
$$\begin{cases} x = 1,082203244 \\ y = -0,3333096946 \end{cases}$$
 b,
$$\begin{cases} x = 4 \\ y = 5 \\ z = 2 \end{cases}$$
 c,
$$\begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = -2 \end{cases}$$

4.3 Đặt ẩn phụ: $a = \frac{1}{x-2}$; $b = \frac{1}{y-1}$

$$\begin{cases} \frac{1,3}{x-2} + \frac{2,4}{y-1} = 1 \\ \frac{3,1}{x-2} + \frac{4,5}{y-1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1,3a + 2,4b = 1 \\ 3,1a + 4,5b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{70}{53} \\ b = \frac{60}{53} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -\frac{70}{53} = \frac{1}{x-2} \\ \frac{60}{53} = \frac{1}{y-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{87}{70} \\ y = \frac{113}{60} \end{cases}$$

Vậy nghiệm của phương trình là
$$\begin{cases} x = \frac{87}{70} \\ y = \frac{113}{60} \end{cases}$$

4.4 Giải phương trình ta được:
$$\begin{cases} x = 1,250002664 \\ y = 0,2527022049 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} = 4,946639229$$

Vậy tỉ số cần tìm là 4,946639229

5.1 Theo đề bài ta có: $(12x + 12 + \frac{1}{2}x) \div 3 = 54$

$$\Rightarrow x = 12$$

Vậy số x phải tìm là 12.

5.2 Thời gian đan 1 cái rổ là: $\frac{1^{\text{h}}}{6} = \left(\frac{1}{6}\right)^{\text{h}}$

Thời gian đan 1 cái rế là: $\frac{1^{\text{h}}30'}{20} = \left(\frac{3}{40}\right)^{\text{h}}$

Vậy thời gian để anh Sáu đan 100 cái rổ và 100 cái rế là: $100 \cdot \frac{1}{6} + 100 \cdot \frac{3}{40} = 24^{\text{h}}10'$

Người thân nhận số tiền là: $5\,000\,000 - 5\,000\,000 \times 0,9\% = 4\,955\,000$ đồng.

ĐỀ HHN#1:

1. $A = 10,15259; B = 8,11801$

2. $A = \left(\frac{2010-2}{2} + 1\right) \cdot (2010+2) = 2022060$

3. Ta có: $\frac{\sqrt[6]{1,815.2,732^5}}{\sqrt[3]{4,621^4}} = 70,09716521$

Vậy số phải tìm là: $70,0976521 \div 5\% = 1401,953304$.

4.
$$\begin{cases} x = \frac{166}{109} \\ y = -\frac{8}{109} \end{cases}$$

5. Vô nghiệm.

6. Thực hiện phép chia $123456 \div 135$ ta được $914,4888889$ (Phần nguyên là 914)

Tìm số dư bằng cách lấy $123456 - 135 \times 914 = 66$

Vậy số dư là 66.

7. Ta tính $\sqrt{881}$ được $29,68164416$

Lần lượt chia 881 cho các số nguyên tố từ 2 đến 29.

Do 881 không chia hết cho số nguyên tố nào từ 2 đến 29.

\Rightarrow 881 là số nguyên tố.

8. $A = -341,1758028$

$B = 0^h49'54,77''$

9. Do vai trò của các số như nhau. Go 3 số bất kì phải tìm là: a, b, c ($a, b, c \in \mathbb{N}^*$)

Theo đề bài ta có:

$$\begin{cases} a+b=22 \\ a+c=32 \\ b+c=42 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=6 \\ b=16 \\ c=26 \end{cases}$$

Vậy tích của 3 số phải tìm là: $6.16.26 = 2496$

10. Số tiền vốn của cái áo là: $(200\,000 - 47\,000) \div \frac{3}{2} = 102\,000$ (đồng).

Số tiền lãi thu được ở cái áo là: $150\,000 - 102\,000 = 48\,000$ (đồng)

Vậy số tiền thu được ở bộ quần áo là: $47\,000 + 48\,000 = 95\,000$ (đồng).

Chú ý chấm bài:

Các kết quả được làm theo cách khác đáp án, với kiến thức trong chương trình thì vẫn cho điểm theo các phần tương ứng.

Kinh nghiệm giải Toán trên máy tính Casio II

Các kết quả gần đúng, nếu chỉ sai chữ số cuối cùng thì trừ ½ số điểm câu đó; các đáp án có đơn vị, nếu thí sinh không ghi đơn vị thì trừ 1 điểm/ 1 lần ghi thiếu.

ĐỀ HHN#2:

1. $A = \left(\frac{2010-3}{3} + 1 \right) \cdot (2010+3) = 1348710$

2. $A = 1,62257; B = 13,72148.$

3.
$$\begin{cases} x = -\frac{414}{829} \\ y = \frac{128}{829} \end{cases}$$

4. $x_1 = 1,528193532; x_2 = -0,9731384072$

5. Ta có: $\frac{\sqrt[6]{1,815.2,732^5}}{\sqrt[7]{4,621^4}} = 70,09716521$

\Rightarrow Số phải tìm là: $70,09716521 \times 5\% = 3,50485826$

6. Thực hiện phép chia $9999 \div 22$ được 454,5 (Phần nguyên là 454)

Tìm số dư của phép chia trên lấy $9999 - 22 \times 454 = 11$

Vậy số dư là 11.

7. Ta tính: $\sqrt{157} = 12,52996409$

Để kiểm tra xem 157 là số nguyên tố hay là hợp số ta chỉ việc chia 157 cho các số nguyên tố từ 2 đến 12.

Do 157 không chia hết cho số nguyên tố nào từ 2 đến 12.

Vậy 157 là số nguyên tố.

8. $D = -253,0332028; E = 0^0 7' 29,45''$

9. Tiền lãi của cái áo là: $48\ 000 \div \frac{3}{2} = 32\ 000$ (đồng).

Tiền vốn của cái quần là: $200\ 000 - 48\ 000 = 152\ 000$ (đồng).

Tiền vốn của cái áo là: $150\ 000 - 32\ 000 = 118\ 000$ (đồng).

Vậy tiền vốn bỏ ra của bộ quần áo là: $152\ 000 + 118\ 000 = 270\ 000$ (đồng).

10. Gọi 3 số nguyên bất kì là a, b, c (Điều kiện: a, b, c $\in \mathbb{N}^*$)

Theo đề bài ta có:

$$\begin{cases} ab=20 \\ ac=24 \\ bc=30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=\frac{20}{a} \\ c=\frac{24}{a} \\ \frac{20}{a} \cdot \frac{24}{a} = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-4(\text{loại}) \\ a=4(\text{nhận}) \\ b=5 \\ c=6 \end{cases}$$

Ba số phải tìm là 4, 5, 6.

Số lớn nhất trong ba số là 6.

Chú ý chấm bài: (Xem phần trên)

PHẦN II: NÂNG CAO MỘT SỐ CHUYÊN ĐỀ GIẢI TOÁN

1. GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC

Công thức cần nhớ:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \text{ (Cần ghi nhớ)}$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4} = (1+2+3+\dots+n)^2 \text{ (Cần ghi nhớ)}$$

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2 = \frac{n(4n^2-1)}{3}$$

$$1^3 + 3^3 + 5^3 + \dots + (2n-1)^3 = 2n(2n^2-1)$$

Bí mật tiết lộ: $\frac{1}{9} = 0,1111111\dots; \dots; \frac{8}{9} = 0,888888888\dots; \frac{93}{99} = 0,939393\dots; \frac{321}{999} = 0,321321\dots$

Dạng 1: Hãy tính giá trị của biểu thức:

$$\frac{2+2\sqrt{x+1}}{x^2+5} \text{ với } x = \sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$$

Giải

Ta nhập giá trị $\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$ nhớ vào X, ấn như sau:

$$\sqrt{(1 + \sqrt{5})} \div 2 \text{ shift STO X.}$$

Ta nhập biểu thức $\frac{2+2\sqrt{x+1}}{x^2+5}$, ấn:

$$(2 + 2 \times \sqrt{(\alpha X + 1)}) \text{ ab/c } (\alpha X^2 + 5) =$$

Đáp số: 0,757724128

Dạng 2: Phân số nào sinh ra phân số thập phân tuần hoàn: 6,0(6) và 3,15(321)

Giải

2.1: Ta có $\frac{6}{9} = 0,(6) \Rightarrow \frac{6}{90} = \frac{1}{15} = 0,0(6)$

Lấy: $\frac{1}{15} + 6 = \frac{91}{15} = 6,0(6)$

Vậy phân số sinh ra số thập phân vô hạn tuần hoàn 6,0(6) là $\frac{91}{15}$

2.2 Không thể sử dụng dạng 2.1 vì phân số sinh ra lớn, tràn màn hình.

Cách 1: Ta đặt: E = 3,15(321). Ta có:

$$1000E = 3153,21(321)$$

$$-E = 3,15(321)$$

$$999E = 3150,06$$

$$E = \frac{3150,06}{999} = \frac{52501}{16650}$$

Vậy phân số sinh ra phân số thập phân tuần hoàn 3,15(321) là $\frac{52501}{16650}$

Cách 2: Ta có:

$$\frac{321}{99900} = \frac{107}{33300} = 0,00(321) \Rightarrow 0,15(321) = \frac{107}{33300} + 0,15 = \frac{2551}{16650}$$

$$\Rightarrow 3,15(321) = 3 + \frac{2551}{16650} = \frac{3.16650 + 2551}{16650} = \frac{52501}{16650}$$

Dạng 3: Trình bày một phương pháp kết hợp máy tính và trên giấy để tính được giá trị của số: $A = 2222244444 \times 55555$

$$B = 123456789^2$$

Giải

3.1 Ta có: $N = (22222 \cdot 10^5 + 44444) \times 55555$

$$N = 22222 \cdot 55555 \cdot 10^5 + 44444 \cdot 55555$$

Tính trên máy giá trị:

$$A = 22222 \times 55555 = 1234543210$$

$$B = 22222 \times 55555 = 2469086420$$

Tính trên giấy: $10^5 A + B$

$$\begin{array}{r} +123.454.321.000.000 \\ \dots\dots\dots 2.469.086.420 \\ \hline ..123.456.790.086.420 \end{array}$$

3.2 Ta có: $B = 123456789^2 = (12345 \times 10^4 + 6789)^2 = 12345^2 \times 10^8 + 2 \times 12345 \times 10^4 \times 6789 + 6789^2$

Tính trên máy giá trị:

$$A = 12345^2 = 152.399.025$$

$$B = 2 \cdot 12345 \cdot 6789 = 167.620.410$$

$$C = 6789^2 = 46.090.521$$

Tính trên giấy: $10^8 \times A + 10^4 \times B + C$

$$\begin{array}{r} +15.239.902.500.000.000 \\ + \quad 1.676.204.100.000 \\ \quad \quad \quad 46.090.521 \\ \hline 15.241.578.750.190.521 \end{array}$$

Dạng 4: Tính: $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{2009.2010}$

Giải

Ta có:

$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \text{ với } n \text{ là số nguyên.}$$

Áp dụng vào bài tập ra được:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{2009.2010} \\ &= \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2009} - \frac{1}{2010} \\ &= 1 - \frac{1}{2010} = \frac{2009}{2010} \approx 0,9995024876 \end{aligned}$$

Dạng 5: Tính $1+2+2^2+2^3+\dots+2^{32}$

Giải

Ta đặt $A = 1+2+2^2+2^3+\dots+2^{32}$

Ta có: $2A = 2+2^2+2^3+2^4+\dots+2^{33}$

$$\begin{aligned} \text{Lấy: } 2A - A &= A = (2+2^2+2^3+2^4+\dots+2^{33}) - (1+2+2^2+2^3+\dots+2^{32}) \\ &= 2^{33} - 1 = 8589934591 \end{aligned}$$

Bài tập tự luyện:

1. Tính giá trị của các biểu thức sau. (Tính chính xác)

a, $A = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 2009^2 + 2010^2$

b, $B = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 2009^3 + 2010^3$

c, $C = 1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - \dots + 2009^2 - 2010^2$

d, $D = 1+4+4^2+4^3+\dots+4^{15}$

e, $E = 1 \times 1! + 2 \times 2! + 3 \times 3! + \dots + 16 \times 16!$

2. $A = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2$. Có thể sử dụng kết quả đó để tính tổng $S = 2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 20^2$ mà không sử dụng máy tính. Em hãy trình bày lời giải tính tổng S.

3. Phân số nào sinh ra phân số vô hạn tuần hoàn: 1,36(63); 36,56(252)

4. a, Nếu $F = 0,4818181\dots$ là số thập phân vô hạn tuần hoàn với chu kỳ là 81. Khi F được viết dưới dạng phân số tối giản thì tổng mẫu số và tử số bằng bao nhiêu?

b, Nếu $E = 0,4727272\dots$ là số thập phân vô hạn tuần hoàn với chu kỳ là 72. Khi E được viết dưới dạng phân số tối giản thì mẫu số lớn hơn tử số là bao nhiêu?

5. Tính: $M = \frac{2}{0,19981998\dots} + \frac{2}{0,019981998\dots} + \frac{2}{0,0019981998\dots}$.

6. Nêu một phương pháp (Kết hợp trên giấy và máy tính) để tính kết quả đúng của phép tính sau:

a, $A = 12578963 \times 16475$

b, $B = 4672093070 \times 430043$

c, $C = 3333355555 \times 3333377777$

d, $D = 2222266666 \times 2222244444$

e, $E = 2222255555 \times 2222266666$

f, $F = 2120092009 \times 2120102010$

g, $G = 123456789^2$

h, $H = 2120092010^2$

i, $I = 1023456^3$

$K = 1038471^3$.

7. Tính và viết kết quả dưới dạng phân số:

a, $A = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{123456123457}$

b, $B = \frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + \dots + \frac{2}{2009.2011}$

c, $C = \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + \dots + \frac{1}{2008.2009.2010}$

d, $D = \left(\frac{1}{9} - 1\right) \left(\frac{1}{10} - 1\right) \dots \left(\frac{1}{2009} - 1\right) \left(\frac{1}{2010} - 1\right)$

e, $E = \frac{1^2}{1.3} + \frac{2^2}{3.5} + \frac{3^2}{5.7} + \dots + \frac{1004^2}{2007.2009} + \frac{1005^2}{2009.2011}$

f, $F = \frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \dots + \frac{n}{3^n}$ ($n \in \mathbb{N}$). với $n = 15$

8. Tính tổng: $B = \frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n+\sqrt{n+1}}}$

Áp dụng tính B khi $n = 2010$.

9. Tính giá trị biểu thức: (Lấy hết kết quả hiện thị trên màn hình)

a, $A = \frac{x^4 + x^8 + x^{12} + x^{16} + x^{20} + 1}{x^2 + x^6 + x^{10} + x^{14} + x^{18} + x^{22}}$ tại $x = 2008, 2009$

b, $B = \frac{1}{\sqrt{x-1}-\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x-1}+\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x^3}-x}{\sqrt{x-1}}$ với $x = \frac{53}{9-2\sqrt{7}}$

c, $C = \left(\frac{5x+y}{x^2-5xy} + \frac{5x-y}{x^2+5xy}\right) \left(\frac{x^2-25y^2}{x^2+y^2}\right)$ với $x = 1,257; y = 2511,2009$

d, $D = \frac{x^2 + y^2 - z^2 + 2xy}{x^2 - y^2 + z^2 + 2xz}$ với $x = -\frac{3}{4}; y = 1,5; z = 13,4$

10. Tính giá trị của biểu thức chính xác đến 5 chữ số ở phần thập phân.

a, $A = \frac{5.4^{15}.9^9 - 4.3^{20}.8^9}{5.2^9.6^{19} - 7.2^{20}.8^9}$

b, $B = \frac{2^{10}.6^{15} + 3^{14}.15.4^{13}}{2^{18}.18^7.3^3 + 3^{15}.2^{25}}$

11. Tính (Ghi toàn bộ kết quả hiện thị trên màn hình máy tính).

$P = 7 + 77 + 777 + \dots + 77\dots77$
17chu.so

12. Rút gọn và tính:

$$Q = \frac{2\sqrt{1 + \frac{1}{4}\left(\sqrt{\frac{1}{x}} - \sqrt{x}\right)^2}}{\sqrt{1 + \frac{1}{4}\left(\sqrt{\frac{1}{x}} - \sqrt{x}\right)^2} - \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{1}{x}} - \sqrt{x}\right)} \text{ khi } x = 3,6874496$$

13. Tính và ghi kết quả ở dạng hỗn số:

a, $357\frac{1}{579} \cdot 579\frac{1}{357}$

b, $403,405292 \div 0,403809 + 408250,999 \div 403,809$

14. Thực hiện biến đổi toán học và kết hợp với máy tính. Tính số nghịch đảo của biểu thức:

a, $A = 49 \cdot \left(\frac{1}{2.9} + \frac{1}{9.16} + \frac{1}{16.23} + \dots + \frac{1}{65.72} \right) \div \left(\frac{1}{3} - \frac{7}{36} \right)$

b, $B = 0,3(4) + 1, (62) \div 14 \frac{7}{11} - \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{0,8(5)} \div \frac{90}{11}$

2. GIÁ TRỊ GÓC, LƯỢNG GIÁC

Dạng 1: Tính giá trị của biểu thức sau chính xác đến 0.0001.

$$A = \frac{\sin 54^\circ 30' - \sin 35^\circ 40'}{\sin 72^\circ 18' + \sin 20^\circ 15'}$$

Giải

Dạng 1: Bài toán này trên chỉ có giá trị góc là độ và giây (Không có phút). Để tính ta có quy trình ấn phím trên máy fx 500MS hoặc 570MS như sau:

$$(\sin 54^\circ 00' 30'' - \sin 35^\circ 00' 40'') \div (\sin 72^\circ 00' 18'' + \sin 20^\circ 00' 15'') = (\text{Kết quả: } 0,1820)$$

Vậy giá trị của A = 0,1820.

Dạng 2: Cho $\tan y = \tan 38^\circ \cdot \tan 39^\circ \cdot \tan 40^\circ \dots \tan 52^\circ$. Tính B = coty.

Giải

Cần áp dụng các công thức lượng giác tính được nhanh hơn. Nếu $\alpha + \beta = 90^\circ$ ta có $\tan \alpha = \cot \beta$ và $\cot \alpha \cdot \tan \alpha = 1$

Ta có:

$$\begin{aligned} \tan y &= \tan 38^\circ \cdot \tan 39^\circ \cdot \tan 40^\circ \dots \tan 52^\circ = \tan 38^\circ \cdot \tan 39^\circ \cdot \tan 40^\circ \dots \cot 39^\circ \cdot \cot 38^\circ \\ &= \tan 38^\circ \cdot \cot 38^\circ \cdot \tan 39^\circ \cdot \cot 39^\circ \dots \tan 45^\circ = \tan 45^\circ \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \cot y = \cot 45^\circ = 1$$

Vậy giá trị của B = 1

Dạng 3: Cho $\cos \alpha = 0,765 (0^\circ < \alpha < 90^\circ)$. Tính chính xác đến 9 chữ số ở phần thập phân.

$$\frac{\cos^3 \alpha - \sin^2 \alpha - 2}{\cos \alpha + \sin^2 \alpha}$$

Giải

Sử dụng biến nhớ để tính nhanh hơn, quy trình ấn phím trên máy fx 500MS hoặc 570MS:

Tính góc α và nhớ vào A ấn: **shift cos⁻¹ 0,765 = shift STO A.**

Tính giá trị của biểu thức ấn: **((cos alpha A) shift x³ - (sin alpha A) x² - 2) ÷ (cos alpha A + (sin alpha A) x² = (Kết quả: -1.667333072)**

Vậy giá trị của biểu thức là -1.667333072.

Bài tập tự luyện:

1. Tính giá trị của biểu thức sau:

1.1 Cho $\sin \alpha = 0,3456$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$). Tính: $M = \frac{\cos^3 \alpha (1 + \sin^3 \alpha) + \tan^2 \alpha}{(\cos^3 \alpha + \sin^3 \alpha) \cot^3 \alpha}$

1.2 Cho $\sin x = \frac{4}{5}$. Tính: $A = \frac{33 \cos 2x + 15 \sin^2 x + 3 \tan^2 x}{\sqrt{5 \tan 2x + \cot x}}$

1.3 Cho $\cos x = 0,7651$ ($0^\circ < x < 90^\circ$). Tính: $A = \frac{\cos^2 x - \sin^3 x - 2}{\cos x + \sin^2 x}$

1.4 Cho $\cot \alpha = \frac{8}{15}$. Tính $A = \frac{2 \sin^2 \alpha + \cos 2\alpha}{\tan^2 \alpha - \cos \frac{\alpha}{3} + 1}$

1.5 Biết $\cos^2 \alpha = 0,5678$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$). Tính: $N = \frac{\sin^2 \alpha (1 + \cos^3 \alpha) + \cos^2 \alpha (1 + \sin^3 \alpha)}{(1 + \tan^3 \alpha)(1 + \cot^3 \alpha) \sqrt{1 + \cos^4 \alpha}}$

2. Biết $\tan \alpha = \tan 35^\circ \cdot \tan 36^\circ \cdot \tan 37^\circ \dots \tan 52^\circ \cdot \tan 53^\circ$. Tính:

$$M = \frac{\tan^2 \alpha (1 + \cos^3 \alpha) + \cot^3 \alpha (1 + \sin^3 \alpha)}{(\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha)(1 + \sin \alpha + \cos \alpha)}$$

3.1 Tính giá trị của biểu thức M với $\alpha = 25^\circ 30'$; $\beta = 57^\circ 30'$

$$M = \left[(1 + \tan^2 \alpha)(1 + \cot^2 \beta) + (1 - \sin^2 \alpha)(1 - \cos^2 \beta) \right] \sqrt{(1 - \sin^2 \alpha)(1 - \cos^2 \beta)}$$
 (Kết quả lấy ở 4 chữ số thập phân).

3.2 Tính $(0,027)^{\frac{1}{3}} - \left(-\frac{1}{6}\right)^{-2} + 256^{0,75} - (\tan 60^\circ)^{-1} + 5,5$

4. Giải phương trình biết $0 \leq x \leq 180$:

a, $\sin^2 x + 3 \sin x = \sin 45^\circ$

b, $\cos^3 x - \cos x = \cos^2 x - 1$

c, $\frac{\sin x + 4}{4 - \sin x} = \frac{\sin x}{4}$

d, $\frac{\tan x}{\cot x} = \frac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ}$

3. LIÊN PHÂN SỐ

Dạng 1: Lập quy trình nhấn phím liên tục để tính giá trị của liên phân số. Tính giá trị của liên phân số đó. (Làm tròn đến 4 chữ số ở phần thập phân).

$$M = 3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{15 + \frac{1}{1 + \frac{1}{292}}}}$$

Giải

Cách 1: Tính từ dưới lên.

Quy trình ấn phím là: $1 + 1 \text{ ab/c } 292 = x^{-1} + 15 = x^{-1} + 7 = x^{-1} + 3 =$

Giá trị của M = 3,1416

Cách 2: Tính một lượt từ trên xuống.

Quy trình ấn phím là: $3 + 1 \text{ ab/c } (7 + 1 \text{ ab/c } (15 + 1 \text{ ab/c } (1 + 1 \text{ ab/c } 292 =$

Giá trị của M = 3,1416

Dạng 2: Cho $A = 30 + \frac{12}{10 + \frac{5}{2003}}$ Viết lại $A = a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{\dots + a_{n-1} + \frac{1}{a_n}}}$

Viết kết quả theo thứ tự.

Giải

Ta có: $A = 30 + \frac{12}{10 + \frac{5}{2003}} = 30 + \frac{24036}{20035} = 31 + \frac{4001}{20035} = 31 + \frac{1}{\frac{20035}{4001}} = 31 + \frac{1}{5 + \frac{30}{4001}}$. Tiếp tục làm

như vậy, cuối cùng ta được: $A = 31 + \frac{1}{5 + \frac{1}{133 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}}}}$

Bài tập tự luyện

1. Viết quy trình ấn phím tính: $A = 17 + \frac{3}{1 + \frac{12}{1 + \frac{1}{17 + \frac{12}{2009}}}} + \frac{1}{23 + \frac{5}{3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{2010}}}}$

Giá trị tìm được của A là bao nhiêu?

2. Tính và viết kết quả dưới dạng phân số.

$$A = \frac{20}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5}}}}; B = \frac{2}{5 + \frac{1}{6 + \frac{1}{7 + \frac{1}{18}}}}$$

3. Tìm các số tự nhiên a và b biết rằng: $\frac{329}{1051} = \frac{1}{3 + \frac{1}{5 + \frac{1}{a + \frac{1}{b}}}}$

4. Giải phương trình sau:

$$4 + \frac{x}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}}}} = \frac{x}{4 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}}$$

4. DÃY SỐ

Dạng 1: Cho dãy số: $U_n = \frac{(11 + \sqrt{13})^n - (11 - \sqrt{13})^n}{2\sqrt{13}}$ với $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

a, Tính 10 số hạng đầu tiên của dãy số.

b, Lập công thức truy hồi tính giá trị U_{n+2} theo U_{n+1} và U_n .

c, Viết một quy trình ấn phím liên tục tính giá trị U_{n+2} theo công thức truy hồi vừa tìm được ở câu trên.

Giải

a, Giá trị của 10 số hạng đầu tiên của dãy là:

$U_0 = 0$	$U_5 = 89\ 104$
$U_1 = 1$	$U_6 = 1\ 323\ 520$
$U_2 = 22$	$U_7 = 19\ 494\ 208$
$U_3 = 376$	$U_8 = 285\ 932\ 416$
$U_4 = 5\ 896$	$U_9 = 4\ 185\ 138\ 688$

b, Để lập công thức truy hồi tính giá trị U_{n+2} theo U_{n+1} và U_n .

Ta đặt: $U_{n+2} = aU_{n+1} + bU_n$

Khi $n = 0$ thì $22 = a.1 + b.0$

$\Rightarrow a = 22$

Khi $n = 1$ thì $376 = 22a + b.1$

$\Rightarrow b = -108$

Vậy công thức truy hồi là: $U_{n+2} = 22U_{n+1} - 108U_n$

c, Quy trình ấn phím liên tục tính giá trị U_{n+2} theo công thức truy hồi vừa tìm được ở câu trên là:

Cách 1: Sử dụng các biến nhớ.

Gán giá trị U_0 vào A: **0 shift STO A**

Gán giá trị U_1 vào B: **1 shift STO B**

Lập lại quy trình ấn phím sau để tính các giá trị tiếp theo của dãy:

22 × alpha B – 108 × alpha A shift STO A

22 × alpha A – 108 × alpha B shift STO B

Nhược điểm: Ta khó biết giá trị tìm được là số hạng của dãy.

Cách 2: Sử dụng vòng lặp CALC (Sử dụng trên máy 570MS và 570ES)

Alpha M alpha = alpha M + 1 alpha : alpha C alpha = 22 × alpha B – 108 × alpha A

alpha : alpha A alpha = alpha B alpha : alpha B alpha = alpha C CALC

Máy hỏi M? **2 =**

Máy hỏi B? **1 =**

Máy hỏi A? **0 =**

Nhấn: **=====**

M là biến đếm cho ta biết giá trị C là giá trị thứ mấy của dãy.

Ưu điểm: Tiết kiệm được thời gian khi tính nhiều giá trị. Sử dụng biến đếm M để biết được đó là số hạng thứ mấy của dãy.

Dạng 2: Cho dãy số: $U_n = \frac{(5+\sqrt{7})^n - (5-\sqrt{7})^n}{2\sqrt{7}}$ với $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

a, Tìm 5 số hạng đầu tiên của dãy.

b, Chứng minh rằng: $U_{n+2} = 10U_{n+1} - 18U_n$.

Giải

a, Giá trị của 5 số hạng đầu tiên của dãy:

n	0	1	2	3	4
U_n	0	1	10	82	640

b, Chứng minh công thức:

Đặt: $a = 5 + \sqrt{7}$; $b = 5 - \sqrt{7}$. Khi ấy $a + b = 10$; $ab = 18$.

Và $U_n = \frac{(5+\sqrt{7})^n - (5-\sqrt{7})^n}{2\sqrt{7}} = \frac{1}{2\sqrt{7}}(a^n - b^n)$

Ta lại có:

$$a^{n+2} - b^{n+2} = (a^{n+1} - b^{n+1})(a+b) - ab^{n+1} - ba^{n+1} = (a^{n+1} - b^{n+1})(a+b) - ab(a^n - b^n) = 10(a^{n+1} - b^{n+1}) - 18(a^n - b^n)$$

$$\text{Nên } U_{n+2} = \frac{a^{n+2} - b^{n+2}}{2\sqrt{7}} = \frac{10(a^{n+1} - b^{n+1}) - 18(a^n - b^n)}{2\sqrt{7}} = 10 \cdot \frac{(a^{n+1} - b^{n+1})}{2\sqrt{7}} - 18 \frac{(a^n - b^n)}{2\sqrt{7}} = 10U_{n+1} - 18U_n$$

⇒ Điều phải chứng minh.

Lưu ý: Chứng minh công thức khác với lập công thức truy hồi.

Dạng 3: Cho dãy số: $x_{n+1} = \frac{7x_n^2 + 3}{x_n^2 + 2}$ ($n \geq 1, n \in N$)

a, Cho $x_1 = 1,5$. Viết quy trình ấn phím liên tục để tính các giá trị x_n

b, Tính x_{100} .

Bài này có thể sử dụng vòng lặp CALC. Ngoài ra ta có thể sử dụng phím Ans.

Giải

a, Quy trình ấn phím trên máy MS là:

Gán giá trị x_1 vào Ans ấn: **1,5 =**

Tính giá trị tiếp theo ấn: **(7 × Ans x² + 3) ÷ (Ans x² + 2) = = = ... =**

Dấu “=” đầu tiên tương ứng với giá trị x_2 , các dấu “=” tiếp theo tương ứng với các giá trị kế tiếp.

b, Giá trị $x_{100} = 6,770035041$ (Chỉ cần ấn khoảng 10 lần dấu “=” vì tới lúc đó các giá trị sau không thay đổi).

Dạng 4: Cho cặp số $(x_0; y_0)$ với $\begin{cases} x_0 = 1 \\ y_0 = 1 \end{cases}$ là nghiệm của phương trình $2x^2 - y^2 = 1$.

a, Chứng minh rằng:

Cặp số $(x_n; y_n)$ với $\begin{cases} x_n = 3x_{n-1} + 2y_{n-1} \\ y_n = 4x_{n-1} + 3y_{n-1} \end{cases}$ cũng là nghiệm của phương trình $2x^2 - y^2 = 1$. ($n \geq 1$)

b, Viết quy trình ấn phím liên tục tính giá trị cặp số $(x_n; y_n)$.

c, Tính cặp số $(x_n; y_n)$ với $n = 1, 2, 3... 13$.

Giải

A, Chứng minh theo phương pháp quy nạp:

Giả sử $n = 1$ thì $x_1 = 3 \cdot 1 + 2 \cdot 1 = 5$, $y_1 = 4 \cdot 1 + 3 \cdot 1 = 7$ thỏa là nghiệm của phương trình $2x^2 - y^2 = 1$.

Giả sử $n = 2$ thì $x_2 = 3 \cdot 5 + 2 \cdot 7 = 29$, $y_2 = 4 \cdot 5 + 3 \cdot 7 = 41$ thỏa là nghiệm của phương trình $2x^2 - y^2 = 1$.

.....

Giả sử cặp giá trị x_{n-1}, y_{n-1} thỏa là nghiệm của phương trình, tức là $2x_{n-1}^2 - y_{n-1}^2 = 1$

Xét cặp giá trị $\begin{cases} x_n = 3x_{n-1} + 2y_{n-1} \\ y_n = 4x_{n-1} + 3y_{n-1} \end{cases}$ ta có:

Kinh nghiệm giải Toán trên máy tính Casio II

$$\begin{aligned}
 2x_n^2 - y_n^2 &= 2(3x_{n-1} + 2y_{n-1})^2 - (4x_{n-1} + 3y_{n-1})^2 \\
 &= 18x_{n-1}^2 + 24x_{n-1}y_{n-1} + 8y_{n-1}^2 - 16x_{n-1}^2 - 24x_{n-1}y_{n-1} - 9y_{n-1}^2 \\
 &= 2x_{n-1}^2 - y_{n-1}^2 = 1
 \end{aligned}$$

Thoã mãn là nghiệm của phương trình.

⇒ Điều phải chứng minh.

b, Quy trình ấn phím liên tục trên 570MS là:

**Alpha M alpha = alpha M + 1 alpha : alpha X alpha = 3 × alpha A + 2 × alpha B
 alpha : alpha Y alpha = 4 × alpha A + 3 × alpha B alpha : alpha A alpha = alpha X
 alpha : alpha B apha = alpha Y CALC**

Máy hỏi M? **0 =**

Máy hỏi A? **1 =**

Máy hỏi B? **1 =**

=====

Giải thích: M là biến đếm giá trị n.

c, Các cặp giá trị được tính là:

n	1	2	3	4	5	6	7	8
x_n	5	29	169	985	5741	33461	195025	1136689
y_n	7	41	239	1393	8119	47321	275807	16007521

n	9	10	11	12	13
x_n	6625109	38613965	225058681	1311738121	7645370045
y_n	9369319	54613965	31281039	1855077841	1,081218601 × 10 ¹⁰

Bài tập tự luyện

1. Cho dãy số: $U_n = \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^n + \left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^n - 2$ với $n = 0, 1, 2, \dots$

a, Lập công thức truy hồi tính U_{n+1} theo U_n và U_{n-1} .

b, Lập quy trình ấn phím liên tục tính U_{n+1} trên máy tính Casio.

2. Cho $U_0 = 2, U_1 = 10, U_{n+1} = 10U_n - U_{n-1}; n = 1, 2, \dots$

a, Lập quy trình ấn phím để tính U_{n+1} .

b, Tìm công thức tổng quát của U_n .

3. Cho dãy số (U_n) được xác định bởi: $U_n = (3+2\sqrt{5})^n + (3-2\sqrt{5})^n$

a, Chứng tỏ công thức: $U_{n+2} = 6U_{n+1} + 11U_n$

b, Tính các giá trị U_9, U_{10} .

4. Giả sử $\{a_n\}$ là một dãy số được xác định như sau:

$$a_0 = a_1 = 5, a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{98} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

a, Hãy lập một quy trình ấn phím liên tục vừa tính giá trị của a_n và A_n .

b, Tính a_n với $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ và $A_n = \sqrt{\frac{a_n + 1}{6}}$ với $n = 1, 2, 3, \dots, 7$.

5. Cho dãy số $a_{n+1} = \frac{5 + a_n}{1 + a_n}$ với $n > 0$ và $a_1 = 1$.

a, Viết quy trình ấn phím trên máy tính tính a_{n+1} .

b, Tính a_4 ; a_5 ; a_{25} ; a_{2009} ; a_{2010}

6. Cho dãy số: $U_1 = 144$; $U_2 = 233$; $U_{n+1} = U_n + U_{n-1}$. Tính U_{12} , U_{37} ; U_{38} ; U_{39} .

Viết quy trình tìm số hạng nhỏ nhất trong tất cả các số hạng của dãy số sao cho:

$$U_n = n + \frac{9696}{n^2}$$

7. Với mỗi số nguyên dương c , dãy số u_c được xác định như sau:

$$u_1 = 1; u_2 = c; u_n = (2n + 1)u_{n-1} - (n^2 - 1)u_{n-2}, n \geq 3$$

Tìm những giá trị của c để dãy số có tính chất: u_j chia hết cho u_i với mọi $i \leq j \leq 5$.

8. Giả sử f là một hàm xác định trên tập các số tự nhiên và nhận các giá trị tự nhiên.

Giả sử rằng $f_{(n+1)} > f_{(n)}$ và $f_{(f(n))} = 3n$ với mọi n nguyên dương. Hãy xác định $f_{(2010)}$

5. PHƯƠNG TRÌNH, HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Giải phương trình nghiệm nguyên: Thực chất có rất nhiều phương pháp tìm nghiệm nguyên, dưới đây là 3 phương pháp cốt lõi, dễ ứng dụng nhất:

1, Phương pháp suy luận:

Ta biểu diễn một ẩn theo các giá trị khác, từ đó suy luận để phương trình có nghiệm nguyên.

2, Phương pháp đưa về phương trình tích:

Đưa phương trình đã cho về dạng một vế là tích của các biểu thức chứa ẩn còn vế kia là một số nguyên.

3, Phương pháp vận dụng tính chất chia hết của số nguyên.

Dạng 1: (Phương trình phức tạp).

Tính giá trị của x từ phương trình sau:

$$\frac{(0,15^2 + 0,35^2) \div (3x + 4,2) \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \right)}{12,5 - \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} : \left[(0,5 - 0,3 \cdot 0,75) \div \frac{12}{17} \right]} = 3 \frac{1}{2} \div (1,2 + 3,15)$$

Giải

Ta chia nhỏ ra từng cụm rồi giải tìm x:

$$\text{Vế phải} = 3\frac{1}{2} \div (1,2 + 3,15) = \frac{70}{87} \text{ shift STO A}$$

$$\text{Mẫu số} = 12,5 - \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} \div \left[(0,5 - 0,3 \cdot 0,75) \div \frac{12}{17} \right] = \frac{4291}{374} \text{ shift STO B}$$

$$\text{Lấy: } \alpha A \times \alpha B \div \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \right) = \text{ shift STO C}$$

$$\text{Tính tiếp: } 0,15^2 + 0,35^2 = \div \alpha C = -4,2 = \div 3 \text{ (Kết quả: } \frac{7}{5} \text{)}$$

Vậy giá trị x cần tìm là $\frac{7}{5}$.

Dạng 2: Giải hệ của phương trình:

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = 0,681 \\ x^2 + y^2 = 19,32 \end{cases} \quad (x, y > 0)$$

Giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \frac{x}{y} = 0,681 \\ x^2 + y^2 = 19,32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0,681y \\ (0,681y)^2 + y^2 = 19,32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0,681y \\ 1,463761y^2 = 19,32 \end{cases}$$

$$\text{Do } x, y > 0 \text{ nên } y = 13,19887605 \Rightarrow x = 8,988434587$$

Vậy nghiệm gần đúng (x;y) của hệ phương trình là (8,988434587;13,19887605)

Dạng 3: Tìm một nghiệm gần đúng của phương trình: $x - \sqrt{x} = 1$

Giải

Để tìm nghiệm gần đúng ta sử dụng chương trình cài sẵn trong máy là shift SOLVE.

Nhập vào máy là: $\alpha X - \sqrt{x} \alpha X \alpha = 1 \text{ shift SOLVE}$

Máy hỏi giá trị gán X? 0 =

Nghiệm tìm được là: $x = 2,618033989$

Vậy một nghiệm gần đúng của phương trình là $x = 2,618033989$

Dạng 4: a, Cho phương trình sau, tính x theo a, b (với $a > 0$; $b > 0$)

$$\sqrt{a+b\sqrt{x}} = 2 + \sqrt{a-b\sqrt{x}}$$

b, Áp dụng tính x khi $a = 24205$; $b = 25206$. (Làm tròn đến số thập phân thứ 7)

Giải

a, Đặt $y = b\sqrt{x}$ (Điều kiện: $a > y$; $x > 0$)

$$\sqrt{a+y} = 2 + \sqrt{a-y}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{a+y} - \sqrt{a-y} = 2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{a+y} - \sqrt{a-y} = 2 \text{ { 'Cần phải chuyển vế' } }$$

$$\Leftrightarrow 2a - 2\sqrt{a^2 - y^2} = 4$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{a^2 - y^2} = \frac{2a - 4}{2}$$

$$\Leftrightarrow a^2 - y^2 = a^2 - 4a + 4$$

$$\Leftrightarrow y = \sqrt{4a - 4} = 2\sqrt{a - 1}$$

$$\text{Vậy: } x = \left(\frac{2\sqrt{a-1}}{b} \right)^2$$

b, Khi $a = 24205$; $b = 25206$ thì $x = 0,0001524$.

Dạng 5: (Phương trình nghiệm nguyên).

5.1 Tìm x, y, z nguyên dương sao cho: $3xyz - 5yz + 3x + 3z = 5$.

Giải

Ta có:

$$3xyz - 5yz + 3x + 3z = 5$$

$$\Leftrightarrow 3(xyz + x + z) = 5(1 + yz)$$

Vì x, y, z là những số nguyên dương nên:

$$\begin{cases} 1 + yz = 3 \\ xyz + x + z = 5 \end{cases} \text{ hay: } 3x + z = 5$$

Suy ra: $y = 1$; $z = 2$; $x = 1$.

5.2 Tìm nghiệm nguyên dương của hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y + z = 100 \\ 5x + 3y + \frac{z}{5} = 60 \end{cases}$$

Giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x + y + z = 100 \\ 5x + 3y + \frac{z}{5} = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 100 - y - z \\ 5(100 - y - z) + 3y + \frac{z}{5} = 60 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2y + \frac{24z}{5} = 440 \Leftrightarrow z = 91 - \frac{5y - 8}{12}$$

Do $x, y, z \in \mathbb{N}^*$ nên $\frac{5y - 8}{12} \in \mathbb{N}^*$

Nếu $\frac{5y - 8}{12} = 0$ thì $y = \frac{8}{5}$ (loại).

Nếu $\frac{5y - 8}{12} = 1$ thì $y = 4 \Rightarrow z = 90 \Rightarrow x = 6$.

Nếu $\frac{5y - 8}{12} = 2$ thì $y = 6,4$ (loại)

Nếu $\frac{5y - 8}{12} = 3$ thì $y = 8,8$ (loại).

Vậy nghiệm nguyên của phương trình là:
$$\begin{cases} x=6 \\ y=4 \\ z=90 \end{cases}$$

Bài tập tự luyện:

1. Tìm x biết:

a,
$$\frac{15,2.0,25 - 48,51 \div 14,7}{\left(\frac{13}{44} - \frac{2}{11} - \frac{5}{66} \div \frac{5}{2}\right) \div \frac{5}{6}} = \frac{x}{3,2 + 0,8 \cdot \left(5\frac{1}{2} - 3,25\right)}$$

b,
$$\left[\frac{\left(x - 4\frac{1}{2}\right) \div 0,003 - \left(0,3 - \frac{3}{20}\right) \cdot 1\frac{1}{2}}{\left(3\frac{1}{20} - 2,65\right) \cdot 4 \div \frac{1}{5} - \left(1,88 + 2\frac{3}{25}\right) \cdot \frac{1}{8}} \right] \div 62\frac{1}{20} + 17,81 \div 0,0137 = 1301$$

2. Tìm x làm tròn đến 4 chữ số ở phần thập phân.

$$\left(\frac{1}{21 \times 22} + \frac{1}{22 \times 23} + \frac{1}{23 \times 24} + \dots + \frac{1}{29.30}\right) \times 140 + 1,08 \div [0,3 \times (x-1)] = 11$$

3. Tìm nghiệm của phương trình. (Tính chính xác)

$$\frac{4}{\left(2 + \frac{2}{1 + \frac{4}{5}}\right)x - \left(1 + \frac{4}{2 + \frac{1}{1 + \frac{7}{8}}}\right)} + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}}} = 4 + \frac{2}{1 + \frac{8}{9}}$$

4. Cho hai số dương x và y thỏa mãn điều kiện:
$$\begin{cases} \frac{x}{y} = 1,125 \\ x^2 - y^2 = 2,456 \end{cases}$$

Hãy trình bày lời giải tìm giá trị của x và y.

Tìm giá trị x, y

5. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} (x+y)(y+z) = 187 \\ (y+z)(z+x) = 154 \text{ với } x, y, z \text{ là những số dương.} \\ (z+x)(x+y) = 238 \end{cases}$$

6. Cho các điều kiện sau:

$$\frac{x}{5} = \frac{y}{3} = \frac{z}{7} \text{ và } 3x + 2y - 5z = 12,24. \text{ Tính } x, y, z.$$

7. Cho phương trình:

$2x^3 + mx^2 + nx + 12 = 0$ có hai nghiệm $x_1 = 1; x_2 = -2$. Tìm m, n và nghiệm còn lại.

8. Tìm một nghiệm gần đúng của phương trình:

a, $x - \sqrt{x} = 1$

b, $4^x + 5^x = 6^x$

9. Giải phương trình: $\sqrt{(5-2\sqrt{6})^x} + \sqrt{(5+2\sqrt{6})^x} = 10$

10. Giải phương trình sau, tính x theo a và b với a, b > 0.

$$\sqrt{a+b\sqrt{1-x}} = 1 + \sqrt{a-b\sqrt{1-x}}$$

Cho biết a = 250204, b = 260204. Tính giá trị của x.

11. Giải phương trình:

$$\sqrt{x+178408256-26614\sqrt{x+1332007}} + \sqrt{x+178381643-26612\sqrt{x+1332007}} = 1$$

12. Cho phương trình: $2,145x^2 + 5,125x - 7,456 = 0$

a, Viết quy trình ấn phím liên tục để tính Δ và tìm nghiệm x_1, x_2 . (Không sử dụng phím nhớ và chương trình cài sẵn trên máy).

b, Không giải phương trình tính: $\frac{1}{x_1^2 + x_2^2}$ và $\frac{1}{x_1^3 + x_2^3}$

13. Cho phương trình: $3,62x^3 - 1,74x^2 - 1,65x + m = 0$

a, Biết phương trình có một nghiệm bằng 2. Tìm m.

b, Tìm các nghiệm còn lại của phương trình với giá trị của m vừa tìm được.

14. Tìm cặp số tự nhiên (x;y) với x nhỏ nhất có 3 chữ số và thỏa mãn phương trình:

$$x^3 - y^2 = xy.$$

15. Tìm cặp số tự nhiên (x;y) với x là số tự nhiên nhỏ nhất và thỏa mãn phương trình:

$$\sqrt[3]{156x^2 + 807} + (12x)^2 = 20y^2 + 52x + 59$$

16. Tìm tất cả các cặp số nguyên (x;y) thỏa $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{1989}$

17. Tìm tất cả các cặp số nguyên (x;y) thỏa $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{2009}$

18. Cho bốn số nguyên, nếu cộng ba số bất kì ta được các số là: 2127, 2128, 4058, 4098. Tìm số lớn nhất của các số nguyên đó.

19. Cho 4 số nguyên nếu cộng ba số bất kì ta được các số là: 180, 197, 208, 222. Tính tích của các số nguyên đó.

20. Cho 4 số nguyên nếu tích ba số bất kì ta được các số là: 336, 378, 432, 504. Tìm số bé nhất trong các số nguyên đó.

21. Cho phương trình: $x^2 6^{-x} + 6^{\sqrt{x}+2} = x^2 \cdot 6^{\sqrt{x}} + 6^{2-x}$.

Gọi S là tổng các nghiệm của phương trình. Tính S^{15} . (Chính xác)

6. HÀM SỐ

Giới thiệu sơ đồ Hocner hạ bậc đa thức, phân tích đa thức:

Xét đa thức: $P_{(x)} = a_0x^5 + a_1x^4 + a_2x^3 + a_3x^2 + a_4x + a_5 = 0$ và $x = k$ là nghiệm phương trình thì:

	$\underline{a_0}$	$\underline{a_1}$	$\underline{a_2}$	$\underline{a_3}$	$\underline{a_4}$	$\underline{a_5}$
x = k	$\underline{a_0}$	$\underline{a_0.k + a_1}$ $= b_0$	$b_0.k + \underline{a_2}$ $= b_1$	$b_1.k + \underline{a_3}$ $= b_2$	$b_2.k + \underline{a_4}$ $= b_3$	$r = b_3.k + \underline{a_5}$ $= 0$

$$\Rightarrow P_{(x)} = (x-k)(a_0x^4 + b_0x^3 + b_1x^2 + b_2x + b_3)$$

Sơ đồ Hocner ngoài phân tích đa thức ra còn có nhiều ứng dụng khác như tìm số dư r, tìm hệ số của thương hai đa thức....

Dạng 1: Cho $P_{(x)} = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$. Biết $P_{(1)} = 5$; $P_{(2)} = 7$; $P_{(3)} = 9$; $P_{(4)} = 11$. Tính $P_{(10)}$; $P_{(11)}$; $P_{(12)}$; $P_{(13)}$.

Giải

Cách 1: Đồng nhất thức.

$$\text{Đặt } P_{(x)} = (x-1)(x-2)(x-3)(x-4) + a'(x-1)(x-2)(x-3) + b'(x-1)(x-2) + c'(x-1) + d'$$

$$\text{Với } x = 1 \text{ thì } P_{(1)} = d' = 5$$

$$\text{Với } x = 2 \text{ thì } P_{(2)} = c' + 5 = 7 \Rightarrow c' = 2$$

$$\text{Với } x = 3 \text{ thì } P_{(3)} = 2b' + 4 + 5 = 9 \Rightarrow b' = 0$$

$$\text{Với } x = 4 \text{ thì } P_{(4)} = 6a' + 6 + 5 = 11 \Rightarrow a' = 0$$

$$\text{Do đó : } P_{(x)} = (x-1)(x-2)(x-3)(x-4) + 2(x-1) + 5 = x^4 - 8x^3 + 35x^2 - 48x + 30$$

Vậy giá trị của:

$$P_{(10)} = 3047$$

$$P_{(11)} = 5065$$

$$P_{(12)} = 7947$$

$$P_{(13)} = 11909$$

Cách 2: Lập hệ phương trình.

$$\text{Ta có: } x = 1 \Rightarrow 1 + a + b + c + d = 0 \quad (1)$$

$$: x = 2 \Rightarrow 16 + 8a + 4b + 2c + d = 7 \quad (2)$$

$$x = 3 \Rightarrow 81 + 27a + 9b + 3c + d = 9 \quad (3)$$

$$x = 4 \Rightarrow 256 + 64a + 16b + 4c + d = 11 \quad (4)$$

Từ (1) $\Rightarrow d = 4 - a - b - c$ thay vào phương trình (2), (3), (4). Ta được:

$$\begin{cases} 7a + 3b + c = -13 \\ 26a + 8b + 2c = -76 \\ 63a + 15b + 3c = -249 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -10 \\ b = 35 \\ c = -48 \end{cases} \Rightarrow d = 27$$

$$\text{Do đó : } P_{(x)} = (x-1)(x-2)(x-3)(x-4) + 2(x-1) + 5 = x^4 - 8x^3 + 35x^2 - 48x + 30$$

Vậy giá trị của:

$$P_{(10)} = 3047$$

$$P_{(11)} = 5065$$

$$P_{(12)} = 7947$$

$$P_{(13)} = 11909$$

Cách 3: Tìm quy luật số dư.

Ta có: $5 = 2.1 + 3$

$$7 = 2.2 + 3$$

$$9 = 2.3 + 3$$

$$11 = 2.4 + 3$$

$\Rightarrow 5, 7, 9, 11$ là giá trị của $2x + 3$ khi x chạy từ 1 đến 4.

$$P_{(1)} - 2.1 + 3 = 0$$

$$P_{(2)} - 2.2 + 3 = 0$$

$$P_{(3)} - 2.3 + 3 = 0$$

$$P_{(4)} - 2.4 + 3 = 0$$

Đặt $Q_{(x)} = P_{(x)} - (2x + 3)$

$$\Rightarrow Q_{(1)} = Q_{(2)} = Q_{(3)} = Q_{(4)} = 0$$

$$Q_{(x)} = (x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4)$$

Suy ra: $P_{(x)} = Q_{(x)} + (2x + 3) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4) + 2(x - 1) + 5 = x^4 - 8x^3 + 35x^2 - 48x + 30$

Vậy giá trị của:

$$P_{(10)} = 3047$$

$$P_{(11)} = 5065$$

$$P_{(12)} = 7947$$

$$P_{(13)} = 11909$$

Chú ý (Nhận xét về 3 cách làm): Cách 1 và 2 thì chỉ sử dụng được cho giá trị của đa thức lớn hơn hoặc bằng bậc của đa thức đó. Cách 3 ta khó tìm được quy luật số dư. Trong 3 cách trên thì học cần nắm vững cách 1 để ứng dụng vào bài tập, không gây phức tạp.

Dạng 2: Cho phương trình : $x^5 - 8x^4 + 21x^3 - 34x^2 + 80x - 96 = 0$. Hãy phân tích đa thức này thành nhân tử.

Để phân tích đa thức thành nhân tử thì ta cần phải tìm nghiệm của chúng mà đây là một phương trình bậc 5 trong EQN không giải được. Bài này cần áp dụng cách dò tìm nghiệm SOLVE.

Giải

Ta đặt: $x^5 - 8x^4 + 21x^3 - 34x^2 + 80x - 96 = 0$ và tìm nghiệm của phương trình này bằng chương trình SLOVE. Nhập đa thức $x^5 - 8x^4 + 21x^3 - 34x^2 + 80x - 96$ vào máy và nhấn tiếp **shift SOLVE**. Kết quả cho $x = 2$.

Tiếp theo cần phải sử dụng sơ đồ Hocner để hạ bậc đa thức.

	<u>1</u>	<u>-8</u>	<u>21</u>	<u>-34</u>	<u>80</u>	<u>-96</u>
x = 2	<u>1</u>	$1.2 + (-8)$ $= -6$	$-6.2 + 21$ $= 9$	$9.2 + (-34)$ $= -16$	$-16.2 + 80$ $= 48$	$r = 48.2 + (-96) = 0$

$$\Rightarrow f_{(x)} = (x - 2)(x^4 - 6x^3 + 9x^2 - 16x + 48)$$

Kinh nghiệm giải Toán trên máy tính Casio II

Nhập đa thức $(x^4 - 6x^3 + 9x^2 - 16x + 48)$ vào máy rồi nhấn tiếp **shift SOLVE**. Kết quả cho $x = 4$

Dùng sơ đồ Hocner hạ bậc tiếp.

x = 4	<u>1</u>	<u>-6</u>	<u>9</u>	<u>-16</u>	<u>48</u>
	<u>1</u>	$1.4 + (-6) = -2$	$-2.4 + 9 = 1$	$1.4 + (-16) = -12$	$r = -12.4 + 48 = 0$

$$\Rightarrow f_{(x)} = (x-2)(x-4)(x^3 - 2x^2 + x - 12)$$

Bậc cao nhất bây giờ chỉ là bậc 3. Ta chỉ việc giải nghiệm trong EQN.

Kết quả có 1 nghiệm bằng 3 và 2 nghiệm kia thuộc số phức. Trong chương trình cấp II ta không đề cập tới. Chỉ hiểu là vô nghiệm.

Dùng Hocner hạ bậc tiếp.

x = 3	<u>1</u>	<u>-2</u>	<u>1</u>	<u>-12</u>
	<u>1</u>	$1.3 + (-2) = 1$	$1.3 + 1 = 4$	$4.3 + (-12) = 0$

$$\text{Vậy: } f_{(x)} = (x-2)(x-3)(x-4)(x^2 + x + 4)$$

Chú ý: Khi sử dụng shift SOLVE để dò tìm nghiệm thì giá trị nghiệm không tuân thủ theo thứ tự nào cả, có khi ta không tìm thấy nghiệm vì giá trị **gán**. Khi ta nhập đa thức đề bài $x^5 - 8x^4 + 21x^3 - 34x^2 + 80x - 96$ mà **gán** biến $x = 0$ thì sẽ tìm ra nghiệm là $x = 2$.

Gán $x = 6$ thì tìm ra nghiệm là $x = 4$.

Dạng 3: Cho $P_{(x)} = 6x^3 - 7x^2 - 16x + m$.

Với điều kiện nào của m để $P_{(x)}$ chia hết cho $2x + 3$.

Giải

Để $P_{(x)}$ chia hết cho $2x + 3$ thì $P_{\frac{-3}{2}} = 0$ nên:

$$6 \cdot \left(\frac{-3}{2}\right)^3 - 7 \cdot \left(\frac{-3}{2}\right)^2 - 16 \cdot \left(\frac{-3}{2}\right) + m = 0$$

$$\Rightarrow m = 12.$$

Vậy $m = 12$ thì $P_{(x)}$ chia hết cho $2x + 3$.

Giải thích: $P_{(x)}$ chia hết cho $2x + 3$ thì $P_{(x)} = Q_{(x)} \cdot (2x + 3)$

$$\text{Khi } x = \frac{-3}{2} \text{ thì } Q_{(x)} \cdot (2x + 3) = 0 \Rightarrow P_{\frac{-3}{2}} = 0$$

Dạng 4: Tìm số dư trong phép chia: $P_x = (3x^3 - 7x^2 + 5x - 20)$ cho $(4x - 5)$

Giải

Số dư r trong phép chia P_x cho $(4x - 5)$ là:

$$r = P_{\frac{5}{4}} = 3 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^3 - 7 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^2 + 5 \cdot \frac{5}{4} - 20 = -\frac{1205}{64}$$

Vậy số dư: $r = -\frac{1205}{64}$

Giải thích: P_x chia cho $(4x - 5)$ thì $P_x = Q_x(4x - 5) + r$

Khi $x = \frac{5}{4}$ thì $Q_x(4x - 5) = 0 \Rightarrow r = P_{\frac{5}{4}}$

Dạng 5: Tìm phần dư khi chia đa thức $x^{100} - 2x^{51} + 1$ cho $x^2 - 1$.

Giải

Gọi thương của phép chia $x^{100} - 2x^{51} + 1$ cho $x^2 - 1$ là một đa thức $Q(x)$ phần dư là $(ax + b)$.

Ta có: $x^{100} - 2x^{51} + 1 = (x^2 - 1) \cdot Q(x) + (ax + b)$. (*)

Thay $x = 1$ và $x = -1$ vào (*) ta có:

$$\begin{cases} 0 = a + b \\ 4 = -a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 2 \end{cases}$$

Vậy phần dư của phép chia đa thức $x^{100} - 2x^{51} + 1$ cho $x^2 - 1$ là $-2x + 2$

Lưu ý: Đa thức chia là một đa thức bậc hai nên phần dư của phép chia là đa thức bậc nhất. Vậy đa thức chia là một đa thức n thì phần dư của phép chia đa thức là một đa thức bậc $n - 1$.

Dạng 6: Cho đa thức: $f(x) = x^5 + x^2 + 1$ có 5 nghiệm là x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 . Kí hiệu

$p(x) = x^2 - 81$. Hãy tìm tích: $P = p_{(1)}p_{(2)}p_{(3)}p_{(4)}p_{(5)}$.

Giải

Ta có: $f(x) = x^5 + x^2 + 1$ có 5 nghiệm là x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 nên

$$\begin{aligned} f(x) &= x^5 + x^2 + 1 = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4)(x - x_5) \\ P &= p_{(1)}p_{(2)}p_{(3)}p_{(4)}p_{(5)} = (x_1^2 - 81)(x_2^2 - 81)(x_3^2 - 81)(x_4^2 - 81)(x_5^2 - 81) \\ &= -(9 - x_1)(9 + x_1)(9 - x_2)(9 + x_2)(9 - x_3)(9 + x_3)(9 - x_4)(9 + x_4)(9 - x_5)(9 + x_5) \\ &= (9 - x_1)(9 - x_2)(9 - x_3)(9 - x_4)(9 - x_5)(-9 - x_1)(-9 - x_2)(-9 - x_3)(-9 - x_4)(-9 - x_5) \\ &= f_{(9)} \cdot f_{(-9)} = [9^5 + 9^2 + 1][(-9)^5 + (-9)^2 + 1] = -3486777677 \end{aligned}$$

Vậy $P = p_{(1)}p_{(2)}p_{(3)}p_{(4)}p_{(5)} = -3486777677$

Bài tập tự luyện.

1. Cho phương trình $x^3 + ax^2 + bx - 1 = 0$.

Tìm $a, b \in \mathbb{Q}$. Biết phương trình có hai nghiệm là $\begin{cases} 7x_1 + 5x_2 + 3 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 7 = 0 \end{cases}$

2. Phân tích đa thức thành nhân tử:

$$x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 2x - 3$$

3. Với a là số nguyên.

a, Chứng minh rằng: $P_{(a)} = a^5 - 8a^4 + 21a^3 - 34a^2 + 80a - 96$ chia hết cho 6 với mọi $a \in \mathbb{Z}$.

- b, Tìm số dư trong phép chia $P_{(a)} : (a - 2,652)$.
c, Tìm hệ số của a^2 trong đa thức thương của phép chia trên.

4. Tìm số dư trong phép chia:

a,
$$\frac{x^5 - 6,723x^3 + 1,857x^2 - 6,458x + 4,319}{x + 2,318}$$

b, $x^5 - 7,834x^3 + 7,581x^2 - 4,568x + 3,194$ cho $(x - 2,652)$.

5. Tìm thương và số dư trong phép chia:

$2x^6 + x^5 - 3x^2 + 1$ cho $(x - 7)$

6. Cho đa thức $f(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$.

Biết $f(1) = 5$; $f(2) = 5$; $f(3) = 9$; $f(4) = 17$; $f(5) = 29$. Tính $f(6)$; $f(7)$; $f(8)$; $f(9)$; $f(10)$; $f(11)$.

7. Xác định các hệ số a, b, c của đa thức:

$P_{(x)} = ax^3 + bx^2 + cx - 2010$ để $P_{(x)}$ chia cho $(x - 13)$ có số dư là 1, chia cho $(x - 3)$ có số dư là 2 và chia cho $(x - 14)$ có số dư là 3. (Kết quả lấy 2 chữ số ở phần thập phân).

8. Cho $P = \frac{35x^2 - 37x + 59960}{x^3 - 10x^2 + 2010x - 20100}$; $Q = \frac{a}{x - 10} + \frac{bx + c}{x^2 + 2010}$

a, Tính giá trị của P khi $x = -\frac{2009}{2010}$ (Làm tròn 4 chữ số thập phân).

b, Với giá trị nào của a, b, c thì $P = Q$ đúng với mọi x thuộc tập xác định

9. Cho đa thức: $P_{(x)} = x^4 - 4x^3 - 19x^2 + 106x + m$

a, Tìm m để $P_{(x)}$ chia hết cho $x^2 + 2x - 15$.

b, Với m tìm được ở trên. Hãy phân tích $P_{(x)}$ thành nhân tử.

10. Cho $P_{(x)}$ là đa thức với hệ số nguyên có giá trị: $P_{(21)} = 17$; $P_{(37)} = 33$. Biết $P_{(N)} = N + 51$. Tìm N .

11. Cho đa thức: $P_{(x)} = \frac{1}{630}x^9 - \frac{1}{21}x^7 + \frac{13}{30}x^5 - \frac{82}{63}x^3 + \frac{32}{35}x$

a, Tính giá trị của $P_{(x)}$ khi $x = -4, -3, -2, \dots, 3, 4$.

b, Chứng minh rằng $P_{(x)}$ nhận giá trị nguyên với mọi x nguyên.

7. TOÁN ĐỐ

Dạng 1: Một người gửi vào ngân hàng một số tiền là a đồng với lãi suất là $m\%$ một tháng. Biết rằng người đó không rút tiền lãi ra. Hỏi cuối tháng thứ n người ấy nhận được bao nhiêu tiền cả gốc lẫn lãi?

Giải

Ta có:

Sau 1 tháng thì số tiền cả gốc lẫn lãi là: $a + a.m\% = a.(1 + m\%)$

Sau 2 tháng thì số tiền cả gốc lẫn lãi là: $a.(1 + m\%) + a.(1 + m\%).m\%$
 $= a.(1 + m\%)^2$

Sau 3 tháng thì số tiền cả gốc lẫn lãi là: $a.(1 + m\%)^2 + a.(1 + m\%)^2.m\%$
 $= a.(1+m\%)^3$

.....
Sau n tháng thì số tiền cả gốc lẫn lãi là: $a.(1+m\%)^n$

Dạng 2: Một người gửi hàng tháng vào ngân hàng một số tiền là a đồng với lãi suất là m% một tháng. Biết rằng người đó không rút tiền lãi ra. Hỏi cuối tháng thứ n người ấy nhận được bao nhiêu tiền cả gốc lẫn lãi?

Giải

Ta có:

Sau 1 tháng thì số tiền cả gốc lẫn lãi là: $a + a.m\% = a.(1 + m\%)$

Sau 2 tháng thì số tiền cả gốc lẫn lãi là: $a.(2 + m\%) + a(2 + m\%).m\%$
 $= a.(2 + m\%)(1+m\%)$
 $= \frac{a(1 + m\%).[(1 + m\%)^2 - 1]}{m\%}$

Sau 3 tháng thì số tiền cả gốc lẫn lãi là: $\frac{a(1 + m\%).[(1 + m\%)^2 - 1]}{m\%} + a +$
 $(\frac{a(1 + m\%).[(1 + m\%)^2 - 1]}{m\%} + a).m\%$
 $= \frac{a(1 + m\%).[(1 + m\%)^3 - 1]}{m\%}$

.....
Sau n tháng thì số tiền cả gốc lẫn lãi là: $\frac{a(1 + m\%).[(1 + m\%)^n - 1]}{m\%}$

Dạng 3: Một người mua một món đồ với số tiền là A đồng và trả góp hàng tháng với số tiền là a đồng, lãi suất là m%/tháng. Hỏi sau bao lâu người đó trả hết tiền.

Giải

Ta có:

Sau 1 tháng số tiền nợ còn lại là: $(A - a).(m\% + 1) = A(m\% + 1) - a(m\% + 1)$

Sau 2 tháng số tiền nợ còn lại là: $[A(m\% + 1) - a(m\% + 1) - a].(m\% + 1) =$
 $A.(m\%+1)^2 - a[(m\% + 1)^2+(m\% + 1)]$

Sau 3 tháng số tiền nợ còn lại là: $\{A.(m\% + 1)^2 - a[(m\% + 1)^2+(m\% + 1)] - a\}.(m\% +$
 $1) = A.(m\% + 1)^3 - a[(m\% + 1)^3+(m\% + 1)^2+(m\% + 1)] =$

$A.(m\% + 1)^3 - a.\frac{(m\% + 1)^4 - (m\% + 1)}{m\%}$

.....

Sau n tháng số tiền nợ còn lại là: $A.(m\% + 1)^n - a \cdot \frac{(m\% + 1)^{n+1} - (m\% + 1)}{m\%}$

Khi người ấy trả hết nợ tức là: $A.(m\% + 1)^n - a \cdot \frac{(m\% + 1)^{n+1} - (m\% + 1)}{m\%} = 0$

Dạng 4: Một người được lãnh lương khởi điểm là a đồng/tháng. Cứ t tháng (1 bậc) anh ta lại được tăng lương thêm m%. Hai sau nt tháng (n bậc) làm việc anh ta được lĩnh tất cả bao nhiêu tiền.

Giải

Sau t tháng số tiền mà anh ta nhận được tất cả là: a.t

Sau 2t tháng số tiền mà anh ta nhận được tất cả là: $a.t + a.t(1 + m\%) = a.t(2 + m\%)$
 $= a.t \cdot \left[\frac{(1 + m\%)^2 - 1}{m\%} \right]$

Sau 3t tháng số tiền mà anh ta nhận được tất cả là: $a.t \cdot \left[\frac{(1 + m\%)^2 - 1}{m\%} \right] + a.t(1 + m\%)^2$
 $= a.t \cdot \left[\frac{(1 + m\%)^3 - 1}{m\%} \right]$

.....

Sau n bậc số tiền mà anh ta nhận được tất cả là: $a.t \cdot \left[\frac{(1 + m\%)^n - 1}{m\%} \right]$

Chú ý: Đây là 4 dạng bài tập hay ra trong thi (Nhất là dạng 1,2). Trên là các dạng tổng quát. Khi làm bài nên lưu ý đọc kỹ đề bài xem có yêu cầu ta làm từng bước không? Đa số các bài tập thì chỉ cần ta thuộc công thức và ráp vào là xong.

Dạng 5: Dân số xã Hậu Lạc hiện nay là 10 000 người. Người ta dự tính 2 năm nữa dân số xã Hậu Lạc là 10 404 người.

Hỏi trung bình mỗi năm dân số xã Hậu Lạc tăng bao nhiêu phần trăm.

Hỏi sau 10 năm nữa dân số xã Hậu Lạc là bao nhiêu?

Giải

Gọi x% là tỉ lệ phần trăm tăng dân số trung bình mỗi năm.

Theo đề bài ta có:

Dân số xã Hậu Lạc sau 1 năm là:

$$10000 + \frac{x}{100} \cdot 10000 = 10000 + 100x.$$

Dân số xã Hậu Lạc sau hai năm là:

$$10000 + 100x + \frac{x}{100} (10000 + 100x) = 10000 + 200x + x^2 = 10404$$

Giải phương trình ta có: $x_1 = 2, x_2 = -202$ (loại).

Vậy tỉ lệ gia tăng dân số của xã Hậu Lạc là 2%.

Áp dụng công thức:

Dân số sau n năm là: $a(1 + m\%)^n$. (1)

Trong đó: a là số dân hiện tại, m% tỉ lệ gia tăng dân số.

Ta có dân số xã Hậu Lạc sau 10 năm là: $10000(1+2\%)^{10} \approx 12190$ (người)

Ngoài ra câu a, ta có thể áp dụng công thức (1).

Dạng 6: Bốn người góp vốn buôn chung. Sau 5 năm, tổng số tiền lãi nhận được là 9 902 490 255 đồng và được chia theo tỉ lệ giữa người thứ nhất và người thứ hai là 2:3, tỉ lệ giữa người thứ hai và người thứ ba là 4:5, tỉ lệ giữa người thứ ba và người thứ tư là 6:7. Hỏi số tiền mỗi người nhận được là bao nhiêu?

Giải

Bài này ta gọi 4 ẩn rồi giải từ từ cũng sẽ ra. Nhưng ta gọi 1 ẩn, rồi biểu diễn các giá trị còn lại theo ẩn này, làm bài sẽ nhanh hơn.

Gọi số tiền lãi mà người thứ nhất nhận được là: a (Điều kiện : $0 < a < 9\,902\,490\,255$)

Theo đề bài ta có:

Số tiền người thứ hai nhận được là: $\frac{3a}{2}$

Số tiền người thứ ba nhận được là: $\frac{3a}{2} \cdot \frac{5}{4} = \frac{15a}{8}$

Số tiền người thứ tư nhận được là: $\frac{15a}{8} \cdot \frac{7}{6} = \frac{35a}{16}$

Giải lại: $a + \frac{3a}{2} + \frac{15a}{8} + \frac{35a}{16} = 9\,902\,490\,255$

$\Rightarrow a = 1.508.950.896$

Số tiền lãi của người thứ nhất là: 1 508 950 896 đồng

Số tiền lãi của người thứ hai là: 2 263 426 344 đồng.

Số tiền lãi của người thứ ba là: 2 829 282 930 đồng.

Số tiền lãi của người thứ tư là: 3 300 830 085 đồng.

Dạng 7: Anh Hải có 20 ô vuông. Ô thứ nhất bỏ 1 hạt thóc, ô thứ hai bỏ 3 hạt thóc, ô thứ ba bỏ 9 hạt thóc, ô thứ tư bỏ 27 hạt thóc ... cho đến ô thứ 20. Hỏi anh ta cần bao nhiêu hạt thóc để đáp ứng đúng cách bỏ theo quy tắc trên?

Giải

Số thóc anh Hải cần có để đáp ứng đúng cách bỏ theo nguyên tắc trên là:

$1+3+3^2+3^3+\dots+3^{19} = \frac{3^{20}-1}{2} = 1743392200$ (hạt thóc)

Dạng 8: Một người bán một vật trị giá 32 000 000 đồng. Ông ta ghi giá bán, định thu lợi 10% giá ở trên. Tuy nhiên ông ta đã hạ giá 0,8% so với dự định. Tìm:

Giá đề bán.

Giá bán thực tế.

Số tiền mà ông ta được lãi.

Giải

Giá đề bán: $32\,000\,000 + 32\,000\,000 \times 10\% = 35\,200\,000$ đồng.

Giá bán thực tế: $35\,200\,000 - 35\,200\,000 \times 0,8\% = 34\,918\,400$ đồng.

Số tiền lãi mà ông ta thu được là: $34\,918\,400 - 32\,000\,000 = 2\,918\,400$ đồng.

Một người bán lẻ mua một món hàng với giá 24.000 đồng giảm 12,5%, sau đó anh bán hàng với số tiền lời bằng $33\frac{1}{3}\%$ giá vốn sau khi đã giảm bớt 20% giá niêm yết.

Hỏi anh ta đã niêm yết món hàng đó giá bao nhiêu?

Dạng 9: Để làm xong một cái chiếu, anh Hai làm một mình hết 4,5 (giờ), chị Ba là một mình mất 3 giờ 15 phút. Hỏi hai người làm chung thì mất mấy giờ để xong 5 cái chiếu.

Giải

Gọi thời gian hai người làm chung thì xong một cái chiếu là x .

Theo đề bài ta có:

$$x \cdot \left(\frac{1}{4,5} + \frac{1}{3\frac{1}{4}} \right) = 1 \Leftrightarrow x = 1^h53'13,55''$$

Vậy thời gian hai người làm chung xong 5 cái chiếu là $5 \times 1^h53'14'' = 9^h26'10''$.

Bài tập tự luyện:

1. Cô Anh gửi tiết kiệm vào ngân hàng một số tiền là 20 000 000 đồng với lãi suất là 0.4% một tháng (lãi kép). Hỏi sau tròn 5 năm số tiền trong sổ tiết kiệm của cô là bao nhiêu (Chính xác đến hàng đơn vị).
2. Cô Hạnh gửi hàng tháng vào ngân hàng một số tiền là 1 000 000 đồng với lãi suất là 0.8%. Sau 12 tháng cô Hạnh nhận được bao nhiêu tiền lãi? (Chính xác đến hàng đơn vị).
3. Thầy Bảo được lãnh lương khởi điểm là 1700 000 đồng/tháng. Cứ 1 năm thầy lại được tăng lương thêm 7%. Hai sau 12 năm dạy học thầy được lãnh tất cả bao nhiêu tiền. (Lấy chính xác đến hàng đơn vị)
4. Thầy Quý gửi một số tiền 58 000 đô la được gửi tiết kiệm theo lãi suất kép. Sau 25 tháng thì số tiền cả vốn lẫn lãi là 84 155 đô la. Tính lãi suất.

5. Thầy Lộc gửi tiết kiệm vào ngân hàng 10.000 USD theo mức kỳ hạn là 6 tháng với lãi suất 0,65%/tháng. Hỏi sau 10 năm thầy nhận được bao nhiêu tiền cả gốc lẫn lãi ở ngân hàng. Biết rằng thầy không rút lãi ở tất cả các kỳ.

Nếu với số tiền trên thầy gửi tiết kiệm theo mức kỳ hạn là 3 tháng với lãi suất 0,63%/tháng thì sau 10 năm thầy nhận được bao nhiêu tiền cả gốc lẫn lãi ở ngân hàng. Biết rằng thầy không rút lãi ở tất cả các định kỳ. (Tất cả làm tròn ở hàng đơn vị).

6. Anh Nam muốn sau 2 năm phải có 450 000 000 đồng để mua một ngôi nhà. Hỏi hàng tháng anh Nam phải gửi vào ngân hàng một khoản tiền như nhau là bao nhiêu? Biết lãi suất tiết kiệm là 0.35%/tháng. (Lấy chính xác đến hàng đơn vị).

7. Ông Ba Đồi mua một mảnh đất trên Gia Lai trị giá 200 000 000 đồng. Theo phương thức trả góp hàng tháng:

a, Nếu ông ta chịu lãi suất 0,4%/tháng và mỗi tháng phải trả 20 000 000 đồng. Hỏi sau bao lâu ông ta trả hết tiền.

b, Nếu mỗi tháng phải trả 30 000 000 đồng trong vòng 9 tháng. Hỏi lãi suất hàng tháng ông ta phải chịu là bao nhiêu?

8. Ông Hai Lúa có 100 000 USD muốn gửi tiết kiệm vào ngân hàng trong khoảng 10 năm. Có 2 ngân hàng cho ông Hai lựa chọn là: Ngân hàng An Phú với trả lãi suất 5% một năm. Ngân hàng Tân Lợi trả lãi suất $\frac{5}{12}$ % một tháng. Ông Hai không biết lựa chọn ngân hàng nào để có lời nhiều hơn hết? Bạn giúp ông Hai chọn ngân hàng có lãi nhiều hơn nha.

9. Lãi suất tiền lãi gửi tiết kiệm của một ngân trong một thời gian thay đổi liên tục. Bạn Hiếu gửi số tiền ban đầu là 5 triệu đồng với lãi suất 0,7%/tháng chưa đầy một năm, thì lãi suất tăng lên 1,15%/tháng trong nửa năm tiếp theo và bạn Hiếu tiếp tục gửi; sau nửa năm đó lãi suất giảm xuống còn 0,9%/tháng, bạn Hiếu tiếp tục gửi thêm một số tháng tròn nữa, khi rút tiền bạn Hiếu được tất cả vốn lẫn lãi là 5 747 478,359 đồng. Hỏi bạn Hiếu đã gửi tiết kiệm trong bao nhiêu tháng?

10. Dân số của một nước là 65 triệu người, mức tăng dân số trong một năm là 1,2%.

a, Viết công thức tính dân số sau n năm.

b, Viết quy trình ấn phím tính dân số sau 20 năm.

c, Dân số nước đó sau n năm sẽ vượt 100 triệu. Tìm số n bé nhất.

11. Sáu người góp vốn mở một cửa hàng kinh doanh. Sau một thời gian, số tiền lãi thu được là 9 876 543 210 đồng và chia ra theo tỉ lệ giữa người thứ nhất và người thứ hai là 1 : 2, người thứ hai và người thứ ba là 3 : 4, người thứ ba và người thứ tư là 5 : 6, người thứ tư và người thứ năm là 7 : 8, người thứ năm và người thứ sáu là 9 : 10. Hỏi

số tiền lãi của mỗi người sau khi chia ra là bao nhiêu? (Lấy chính xác đến hàng đơn vị)

12. Để đắp một con đê, địa phương đã huy động 4 nhóm người gồm: học sinh, nông dân, công nhân và bộ đội.

Thời gian là việc như sau (Giả sử thời gian làm việc của mỗi người trong một nhóm là như nhau). Nhóm bộ đội mỗi người làm việc 7 giờ; nhóm công nhân mỗi người làm việc 4 giờ; nhóm nông dân mỗi người làm việc 6 giờ và nhóm học sinh mỗi em làm việc 0,5 giờ. Địa phương cũng đã chi tiền bồi dưỡng như nhau cho từng người trong một nhóm theo cách: Nhóm bộ đội mỗi người nhận 50 000 đồng; nhóm công nhân mỗi người nhận 30 000 đồng; nhóm nông dân mỗi người nhận 70 000 đồng và nhóm học sinh mỗi em được nhận 2 000 đồng. Cho biết:

Tổng số người của 4 nhóm là 100 người.

Tổng thời gian làm của của bốn nhóm là 488 giờ.

Tổng số tiền của bốn nhóm nhận là 5 360 000 đồng.

Tìm số người trong từng nhóm là bao nhiêu người

13. Một hình vuông được chia thành 16 ô (Mỗi cạnh 4 ô). Ô thứ nhất được đặt 1 hạt thóc, ô thứ hai được đặt 4 hạt thóc, ô thứ ba được đặt 16 hạt thóc... và đặt liên tiếp như vậy đến ô cuối cùng theo quy luật là ô tiếp theo gấp 4 lần ô trước. Tính tổng hạt thóc được đặt vào 16 ô của hình vuông.

14. Lịch sử kể lại rằng: Có một người ở Hy Lạp đã nghĩ ra trò chơi cờ vua. Được vua thời đó rất thích. Ông vua này liền ban thưởng cho người đã phát minh ra. Khi được nhà vua ban thưởng ông muốn có nhiều thóc và số thóc đặt theo quy luật là: Ô thứ nhất bàn cờ được đặt 1 hạt thóc, ô thứ hai bàn cờ được đặt 2 hạt thóc, ô thứ ba bàn cờ được đặt 4 hạt thóc... và đặt liên tiếp như vậy đến ô cuối cùng (Ô tiếp theo gấp đôi ô trước). Biết rằng bàn cờ vua có 64 ô. Nhà vua cười mỉm, không suy nghĩ nhiều nhà vua liền đồng ý và ra lệnh cho các quan tính số thóc thưởng cho ông ta. Nhưng khi nghe số thóc phải thưởng thì nhà vua giật mình không biết tại sao? Bạn thử tính số thóc cần thưởng xem tạo sao nhà vua lại giật mình.

15. Một người bỏ bi vào hộp theo quy tắc: ngày đầu 1 viên, ngày sau bỏ gấp đôi ngày trước đó. Cùng lúc đó cũng lấy bi ra khỏi hộp theo nguyên tắc: ngày đầu và ngày thứ hai lấy 1 viên, ngày thứ ba trở đi mỗi ngày lấy ra số bi bằng tổng hai ngày trước đó. Tính số bi có được sau 15 ngày.

Để số bi trong hộp lớn hơn 1000 cần bao nhiêu ngày?

8. THỐNG KÊ

Ghi nhớ: Phương sai bằng bình phương độ lệch tiêu chuẩn. Trong máy chỉ có hàm độ lệch chuẩn, để tính phương sai ta tính độ lệch chuẩn sau đó bình phương lên.

Dạng 1: Cho mẫu số liệu:

Biến lượng	63	15	17	4	7
Tần số	14	5	9	1	2

Tính \bar{x} và phương sai.

Giải

Nhập mẫu số liệu vào máy:

Mode (SD):

63 shift : 14 DT

15 shift : 5 DT

17 shift : 9 DT

4 DT

7 shift : 2 DT

Shift 1 2 (\bar{x}) = (Kết quả: 36,38709677)

Shift 2 2 ($\chi\sigma\eta$) x^2 = (Kết quả: 592,301769)

Vậy số trung bình là 36,3870677 và phương sai là 592,301769.

Bài tập tự luyện:

1. Điểm môn Toán của 12 học sinh trong tổ 1 như sau:

3,4; 3,6; 4,5; 4,8; 5,1; 5,2; 5,7; 6; 6,4; 7,2; 7,8

Tính điểm trung bình tổng kết môn toán của tổ đó.

Tính độ lệch tiêu chuẩn và phương sai đối với tổ đó. (Tất cả làm tròn 2 chữ số thập phân).

2. Cho số liệu:

Số liệu	173	52	81	37
Tần số	3	7	4	5

Tìm số trung bình và phương sai (Kết quả lấy 6 chữ số ở phần thập phân)

3. Cho số liệu:

Biến lượng	7	4	15	17	63
Tần số	2	1	5	9	14

Tính số trung bình và phương sai. (Kết quả làm tròn 4 chữ số thập phân).

9. SỐ HỌC

1. DẤU HIỆU CHIA HẾT:

Chia hết 2 là số tận cùng là chữ số chẵn (0, 2, 4, 6, 8).

Chia hết cho 3 là số có tổng các chữ số chia hết cho 3. Ex: 123 có tổng các chữ số:

$$1 + 2 + 3 = 6 : 3 \Rightarrow 123 : 3$$

Chia hết cho 4 là số có 2 chữ số tận cùng chia hết cho 4. Ex: 128, hai chữ số tận cùng là: $28 : 4 \Rightarrow 128 : 4$

Chia hết cho 5 là số có tận cùng là: 0 hoặc 5.

Chia hết cho 6 là số vừa chia hết cho 2 và vừa chia hết cho 3.

Chia hết cho 9 là số có tổng các chữ số chia hết cho 9.

Chia hết cho 10 là số có tận cùng là 0.

Chia hết cho 11 là những số có tổng các chữ số ở vị trí lẻ bằng tổng những chữ số ở vị trí chẵn.

2. ĐỊNH NGHĨA VÀ TÍNH CHẤT QUAN TRỌNG CỦA ĐỒNG DƯ THỨC:

Định nghĩa: Cho a, b là các số nguyên và n là số nguyên dương. Ta nói, a đồng dư với b theo modum n và kí hiệu là $a \equiv b \pmod{n}$ nếu a, b cùng có số dư khi chia cho n .

Trên chỉ là định nghĩa SGK, ứng dụng của đồng dư thức này là tìm các chữ số tận cùng hoặc tìm số dư. Ta chỉ cần nắm na hiểu b là số dư của $a \div n$. Cần thuộc các tính chất sau để ứng dụng vào bài tập.

Tính chất 1:

$$a \equiv b \pmod{n} \Rightarrow a + c \equiv b + c \pmod{n}, \forall c \in \mathbb{Z}$$

$$a \equiv b \pmod{n} \Rightarrow ac \equiv bc \pmod{n}$$

$$a \equiv b \pmod{n} \Rightarrow a^k \equiv b^k \pmod{n}, \forall k \geq 1$$

Tính chất 2: Số có tận cùng là 9376 hay 0625 khi lũy thừa lên bậc bất kì cũng được số tận cùng là chính nó. (Ta cũng có thể suy ra được số 376, 76, 6, 625, 25, 5 cũng có tính chất tương tự nhưng chỉ xét 3, 2 hay 1 chữ số).

Ngoài ra còn có một số tính chất khác:

$$a \equiv a \pmod{n}, \forall a$$

$$a \equiv b \pmod{n} \Rightarrow b \equiv a \pmod{n}$$

$$a \equiv b \pmod{n}, b \equiv c \pmod{n} \Rightarrow a \equiv c \pmod{n}$$

$$ac \equiv bc \pmod{n} \vee a \wedge (c, n) = 1 \Rightarrow a \equiv b \pmod{n}$$

$$(a + b)^n \equiv b^n \pmod{a} (a > 0)$$

3. TÌM ƯCLN VÀ BCNN:

$$\frac{A}{B} = \frac{a}{b} \Rightarrow UCLN_{(A,B)} = \frac{A}{a}; BCNN_{(A,B)} = Ab = \frac{A \cdot B}{UCLN_{(A,B)}}$$

4. PHÂN TÍCH MỘT SỐ RA THỪA SỐ NGUYÊN TỐ:

Ghi nhớ: Ta tính căn bậc hai (SQRT) của số đó: $\sqrt{A} \approx k, k \in \mathbb{N}$

Chia số đó cho các số nguyên tố từ 2 đến k .

Ex: Phân tích 1035 ra thừa số nguyên tố.

Ta có: $\sqrt{1035} \approx 32$

Thực hiện phép chia thử:

Số 1035 không chia hết cho 2.

Lấy 1035 chia cho 3 được 345.

Lấy 345 chia cho 3 được 115.

Số 115 không chia hết cho 3.

Lấy 115 chia cho 5 được 23.

Vậy $1035 = 2.3.3.23$

Dạng 1: Tìm số dư trong phép chia:

$1234567890987654321 : 123456$

Giải

Ta thực hiện tìm số dư của $123456789 : 123456$ là 789

Tìm tiếp số dư của: $7890987 \div 123456$ là 113259

Tìm tiếp số dư: $113259654 \div 123456$ là 50502

Số dư cuối cùng là: $50502321 \div 123456$ là 8817

Vậy số dư là : **8817**

Dạng 2: Tìm số dư của 2^{2010} chia cho 9.

Tìm 4 chữ số cuối cùng của số $M = 5^{2009}$

Giải

2.1 Áp dụng đồng dư thức, ta có:

$$2^3 \equiv -1 \pmod{9}$$

$$2^{2010} \equiv (2^3)^{670} \equiv (-1)^{670} \equiv 1$$

Vậy số dư của 2^{2010} chia cho 9 là 1.

2.2 Cũng là một ứng dụng của đồng dư thức ☺

Áp dụng đồng dư thức để tìm 4 chữ số tận cùng, ta có:

$$5^4 \equiv 0625 \pmod{10.000}$$

$$5^5 \equiv 3125 \pmod{10.000} \quad \{ \text{'Từ bước này có thể bỏ (mod 10000)} \}$$

$$5^{2000} \equiv (5^4)^{500} \equiv (0625)^{500} \equiv 0625$$

$$5^{2009} \equiv 5^{2000} \cdot 5^5 \cdot 5^4 \equiv 0625 \cdot 3125 \cdot 0625 \equiv 3125$$

Vậy 4 chữ số tận cùng của $M = 5^{2009}$ là 3125

Dạng 3: Tìm tất cả các số có dạng $\overline{34x5y}$ chia hết cho 36.

Giải

Ta có: $\overline{34x5y}$ chia hết cho 36 thì $\overline{34x5y}$ chia hết cho 4 và 9. $(4; 9) = 1$

$$\Rightarrow \overline{5y}:4$$

$$y \in \{2; 6\}$$

mà $(3 + 4 + x + 5 + y) : 9 \Leftrightarrow 12 + x + y : 9$

Xét $y = 2$ thì $x = 4$.

Xét $y = 6$ thì $x = 0$ hoặc $x = 9$.

Vậy tất cả các cặp số $(x; y)$ thỏa mãn đề bài là: $(4; 2), (0; 6), (9; 6)$.

Dạng 4: Tìm chữ số thập phân thứ 2010 của $\frac{1}{49}$

Giải

$$\frac{1}{49} = 0,020408163265306122448979591836734693877551)$$

Ta có phân số này viết ra số thập phân có chu kì tuần hoàn là 42
2010 : 42 dư 37

Vậy số phân phân thứ 2010 của $\frac{1}{49}$ cũng là số thập phân thứ 37 là số 3

Hướng dẫn cách tính chu kì của số thập phân vô hạn tuần hoàn:

Lấy 1 : 49 được **0,020408163**

Ta thực hiện phép nhân: **0,020408163** × **49** (Không được sử dụng Ans để thay cho 0,020408163).

Kết quả được **0,999999987**

Lấy **1 – Ans** (Ans = 0,999999987).

Ta được **1,3 × 10⁻⁸** (Ta phải biết $1,3 \times 10^{-8} = \underline{13} \times 10^{-9}$) { Vì ta đã lấy 9 chữ số thập phân }

Lấy 13 : 49 được **0,265303122**

Ta thực hiện phép nhân: **0,265303122** × **49**.

Kết quả được **12,99999998**

Lấy **13 – Ans** (Ans = 12,99999998).

Ta được **2,2 × 10⁻⁸** (Ta phải biết $2,2 \times 10^{-8} = \underline{22} \times 10^{-9}$).

.....

Ta sẽ tìm được chu kì của nó.

Giải thích : Ta hiểu là :

$$1 : 49 = 0,020408163 \times 49 + 0,00000000013 : 49$$

Ta lấy 13 : 49 nghĩa là tìm chữ phần thập phân tiếp theo của nó.

Dạng 5: So sánh: $2^{3^{2^3}}$ và $3^{2^{3^2}}$

Giải

Giá trị này ta hiểu nông na: cái mũ **mũ** cái mũ và **mũ** cái mũ. Nếu bấm: $2 \wedge 3 \wedge 2 \wedge 3$
= (Kết quả: 262144) là đáp án sai. Cách giải như sau:

Ta có:

$$2^{3^{2^3}} = 2^{3^8} = 2^{6561}$$

$$3^{2^{3^2}} = 3^{2^9} = 3^{512}$$

Sử dụng **tính chất bất cầu**, ta có:

$$128 > 81 \Leftrightarrow 2^7 > 3^4 \Leftrightarrow (2^7)^{128} > (3^4)^{128} \Leftrightarrow 2^{896} > 3^{512}$$

Giả lại $2^{6561} > 2^{896}$

Vậy: $2^{3^{2^3}} > 3^{2^{3^2}}$

Dạng 6: Tìm ước số chung lớn nhất và bội chung nhỏ nhất của 5782 và 9374.

Giải

Cách 1: Lập tỉ số:

Lập tỉ số giữa 2 số ấy:

$$5782 \div 9374 = (\text{Kết quả là: } \frac{2891}{4687})$$

$$\Rightarrow \text{ƯCLN}_{(5782,9374)} = \frac{5782}{2891} = 2$$

$$\Rightarrow \text{BCNN}_{(5782,9374)} = 5782.4687 = 27100234$$

Cách 2: Sử dụng tiên đề Ô-Clit.

Phát biểu: Gọi r là số dư của số A chia cho số B thì $\text{ƯCLN}_{(A,B)} = \text{ƯCLN}_{(B,r)}$

Áp dụng tiên đề Ô-Clit ta có:

$$9374 \div 5782 \text{ được số dư là } 3592$$

$$\text{ƯCLN}_{(9374,5782)} = \text{ƯCLN}_{(5782,3592)}$$

$$5782 \div 3592 \text{ được số dư là } 2190$$

$$\text{ƯCLN}_{(5782,3592)} = \text{ƯCLN}_{(3592,2190)}$$

$$3592 \div 2190 \text{ số dư là } 1402$$

.....

$$\Rightarrow \text{ƯCLN}_{(9374,5782)} \text{ là } 2.$$

$$\Rightarrow \text{BCNN}_{(9374,5782)} \text{ là } \frac{9374.5782}{2} = 27100234$$

Cách 3: Phân tích ra thừa số nguyên tố:

$$\text{Ta có: } 9374 = 2.43.109$$

$$5782 = 2.7.7.59$$

$$\Rightarrow \text{ƯCLN}_{(9374,5782)} \text{ là } 2.$$

$$\Rightarrow \text{BCNN}_{(9374,5782)} \text{ là } 2.43.109.7.7.59 = 27100234.$$

Bài tập tự luyện

- Viết quy trình ấn phím và tính số dư khi chia 201020102010 cho 2009
- Tìm ước chung lớn nhất của bốn số sau: 22222, 505606, 714714, 999999.

3. Tìm ước chung lớn nhất và bội chung nhỏ nhất của 1996 và 2010.
4. Tính tổng tất cả các ước lẻ dương của 2010.
5. Tìm ước nguyên tố có 1 chữ số của: $2^{30} - 1$
6. Tìm các ước nguyên tố nhỏ nhất và lớn nhất của số $215^2 + 314^2$
7. Cho số $M = \left(\frac{3}{0,20102010\dots} + \frac{3}{0,020102010\dots} + \frac{3}{0,0020102010\dots} \right) \cdot 670$. Phân tích M ra thừa số nguyên tố.
8. Có bao nhiêu số tự nhiên m là ước số của:
 $N = 1890 \times 1930 \times 1945 \times 1954 \times 1969 \times 1975 \times 2010$ nhưng không chia hết cho 900.
9. Tìm 4 chữ số tận cùng của:
a, $A = 20092010^3 + 1$
b, $B = 4151162^3 - 11$
10. Tìm 3 chữ số tận cùng của 8^{240}
11. Tìm hai chữ số tận cùng của:
a, $2^{2008} + 2^{2009} + 2^{2010}$
b, $6^{2008} + 6^{2009} + 6^{2010}$
12. Tìm chữ số hàng chục của 23^{2009}
13. Tìm số dư trong phép chia:
 $7^{15} : 2009$
14. Thực hiện phép chia số 1 cho số 23 ta được một số thập phân vô hạn tuần hoàn. Tìm chu kỳ của nó.
15. Tìm chữ số thập phân thứ 2010 của:
a, $\frac{3}{49}$; b, $\frac{10}{23}$
16. Tìm số tự nhiên a lớn nhất để khi chia các số 13511, 13903, 14589 cho a được cùng một số dư.
17. Tìm n để $n! \leq 5,5 \cdot 10^{28} \leq (n+1)!$
18. Cho số tự nhiên n ($1010 \leq n \leq 2010$) sao cho $a_n = \sqrt{20203 + 21n}$ cũng là số tự nhiên.
a, Khi ấy a_n phải nằm trong khoảng nào?
b, Chứng minh rằng a_n chỉ có thể là một trong các dạng: $a_n = 7k + 1$ hoặc $a_n = 7k - 1$ ($k \in \mathbb{N}$)
c, Tìm các số tự nhiên n ($1010 \leq n \leq 2010$) sao cho $a_n = \sqrt{20203 + 21n}$ cũng là một số tự nhiên.
19. Tìm x, y biết:
 $\overline{34x5y} : 36$

20. Biết số có dạng $A = \overline{1235679x4y}$ chia hết cho 24. Tìm tất cả các số A.

21. Tìm các chữ số a, b, c, d để ta có: $\overline{a5bcd} = 7850$

22. Tìm các chữ số a, b, c, d, để có: $\overline{ab\overline{bcd}} = 7850$

23. Tìm số lớn nhất và số nhỏ nhất có dạng $D = \overline{2x3yz6t}$ với $0 \leq x, y, z, t \leq 9; x, y, z, t \in N$.

Biết D chia hết cho 29.

24. Tìm hai số tự nhiên thoã: $(\overline{ag})^4 = \overline{a*****g}$. Trong đó ***** là 5 những số không ấn định điều kiện.

25. Tìm các số a, b, c:

$$\overline{abc} = 10(a^2 + b^2 + c^2)$$

26. Tìm 9 cặp hai số tự nhiên nhỏ nhất (Kí hiệu là a và b, trong đó số a là số lớn, số b là số nhỏ) có tổng là bội của 2010 và thương của chúng bằng 5.

27. Tìm tất cả các số có 6 chữ số thoã mãn đồng thời các điều kiện:

Số được tạo thành bởi ba chữ số cuối lớn hơn số tạo thành bởi ba chữ số đầu một đơn vị.

Số đó là số chính phương.

28. Một số có 6 chữ số trong hệ cơ số 10 được gọi là số gần vuông. Nếu nó thoã mãn các điều kiện sau:

Không chứa chữ số 0.

Là số chính phương.

Hai chữ số đầu, hai chữ số giữa và hai chữ số cuối đều tạo thành những số chính phương có 2 chữ số.

29. Kí hiệu $[x]$ là phần nguyên của x.

$$\text{Giải phương trình: } \left[\sqrt[3]{1} \right] + \left[\sqrt[3]{2} \right] + \dots + \left[\sqrt[3]{x^3 - 1} \right] = 855$$

30. Cho $a = 1.2.3...17$ (Tích của 17 số tự nhiên liên tiếp, bắt đầu từ số 1). Hãy tìm ước số lớn nhất của a, biết ước số đó:

Lập phương của một số tự nhiên.

Bình phương của một số tự nhiên.

31. Tìm số nguyên dương nhỏ nhất thoã mãn điều kiện: chia cho 2 dư 1, chia cho 3 dư 2, chia cho 4 dư 3, chia cho 5 dư 4, chia cho 6 dư 5, chia cho 7 dư 6, chia cho 8 dư 7, chia cho 9 dư 8, chia cho 10 dư 9.

32. Tìm tất cả các số mà khi bình phương sẽ có tận cùng là ba chữ số 4.

Có hay không các số mà khi bình phương sẽ có tận cùng là bốn chữ số 4.

33. Giả sử a là một số tự nhiên cho trước.

a, Tìm hai chữ số tận cùng của a để bình phương của a có tận cùng là 89.

b, Tìm số tự nhiên nhỏ nhất a mà bình phương của nó là một số bắt đầu bằng số 19 và kết thúc bằng số 89.

c, Tìm tất cả các số tự nhiên n sao cho n^2 là một số 12 chữ số có dạng:

$n^2 = \overline{2525*****89}$ (Trong đó sáu dấu * biểu thị sáu chữ số, có thể giống và khác nhau). Tìm các số đó.

34. Tìm bốn chữ số tận cùng của n để n^3 có tận cùng là bốn chữ số 1.

35. Tìm số tự nhiên n nhỏ nhất sao cho n^3 là một số có ba chữ số đầu và ba chữ số cuối đều bằng 1, tức là $n^3 = \overline{111\dots1111}$. Tìm số đó và lập phương của nó.

10. ĐỒ THỊ MẶT PHẪNG

CÔNG THỨC PHẦN ĐẠI SỐ

1, Đồ thị hàm số trong mặt phẳng:

$$A(x_1; y_1); B(x_2; y_2) \Rightarrow AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

2, Đỉnh của Parabol (P) : $\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$

3, Đồ thị hàm số trong không gian (Tham khảo thôi).

$$A(x_1; y_1; z_1); B(x_2; y_2; z_2) \Rightarrow AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$$

Bài tập tự luyện

1. Cho hai hàm số: $y = \frac{3}{5}x + 2\frac{2}{5}$ (1) và $y = -\frac{5}{3}x + 5$ (2).

Vẽ đồ thị của hai hàm số trên mặt phẳng tọa độ Oxy.

Tìm tọa độ của giao điểm $A(x_A; y_A)$ của hai đồ thị.

(Để kết quả dưới dạng phân số và hỗn số).

2. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho các điểm $A(1;3)$, $B(2\sqrt{3}; -5)$, $C(-4; -3\sqrt{3})$.

Tính các khoảng cách AB; AC; BC. (Làm tròn 2 chữ số ở phần thập phân).

Tính gần đúng diện tích ΔABC . (Làm tròn 3 chữ số ở phần thập phân).

3. Viết đúng phương trình đường thẳng $y = ax + b$ đi qua hai điểm

$$A\left(\frac{2009}{29}; \frac{2010}{20}\right); B\left(-\frac{2929}{209}; -\frac{2020}{210}\right)$$

4. Cho (P) có phương trình $y = 4,7x^2 - 3,4x - 4,6$. Tìm tọa độ đỉnh $S(x_0; y_0)$ của (P).

5. Cho (P) $y = ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $(-3; 7)$ có đỉnh là $(1; -12)$. Tìm các hệ số a, b, c .

6. Tính giá trị gần đúng với 5 chữ số thập phân của hoành độ giao điểm của (P) $y = 4,7865x^2 - 3,5746x - 10,4972$ với đường thẳng (d) $y = 15x + 23$

7. Xác định giá trị đúng của m và n để hai đường thẳng $mx - (n + 1)y - 1 = 0$ và $nx + 2my + 2 = 0$ cắt nhau tại điểm $A(-1; 3)$

8. Tìm m, n biết khi chia đa thức $x^2 + mx + n$ cho $(x - m)$ và $(x - n)$ số dư lần lượt là m và n . Hãy biểu diễn cặp giá trị m và n theo thứ tự m trên Ox và n trên Oy thuộc mặt phẳng Oxy. Tính khoảng cách giữa các điểm có tọa độ $(m; n)$.

11. HÌNH HỌC

A. CÔNG THỨC, ĐỊNH LÝ TRONG HÌNH HỌC PHẪNG:

1, Định lý hàm số sin

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \varepsilon} = 2R$$

2, Định lý hàm số cos

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \varepsilon$$

$$\Rightarrow a = \frac{b \cdot \sin \alpha}{\sin \beta}; b = \frac{a \cdot \sin \beta}{\sin \alpha} \dots\dots$$

RẤT QUAN TRỌNG, ỨNG DỤNG NHIỀU

3, Đường trung tuyến:

$$m_a = \sqrt{\frac{b^2 + c^2 - \frac{a^2}{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2c^2 + 2b^2 - a^2}}{2}$$

4, Đường phân giác trong:

$$d_a = \frac{2}{b+c} \sqrt{bcp(p-a)}$$

5, Đường phân giác ngoài:

$$d_a = \frac{2}{|b-c|} \sqrt{bc(p-b)(p-c)}$$

6, Đường cao:

$$h_a = b \cdot \sin \varepsilon = c \cdot \sin \beta = \frac{a \cdot \sin \beta \cdot \sin \varepsilon}{\sin \alpha}$$

7, Khoảng cách giữa 2 tâm của đường tròn ngoại và nội tiếp:

$$\sqrt{R(R-2r)}$$

8, Diện tích tam giác:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$S = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S}$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin(a, b) = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin(b, c) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot \sin(a, c)$$

$$S = 2R^2 \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \sin \varepsilon \Rightarrow R = \sqrt{\frac{S}{2 \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \sin \varepsilon}}$$

$$S = p \cdot r \Rightarrow r = \frac{S}{p}$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a = \frac{a^2 \cdot \sin \beta \cdot \sin \varepsilon}{2 \cdot \sin \alpha}$$

Dựa vào công thức 6

9, Ba đường phân giác cắt 3 cạnh tại A_1, B_1, C_1 thì

$$S_{A_1B_1C_1} = \frac{2abc \cdot S_{ABC}}{(a+b)(a+c)(b+c)}$$

11, Diện tích hình bình hành và hình thoi

$$S_{ABCD} = AB \cdot AD \cdot \sin \alpha$$

12, Diện tích của hình thang cân có hai đường chéo vuông góc

$$S = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} l^2 \text{ (l là đường chéo.)}$$

13, Diện tích tứ giác lồi khi biết 4 cạnh

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$$

14, Góc tạo bởi hai đường chéo

$$\sin \alpha = \frac{2S}{ac+bd}$$

B. HÌNH HỌC KHÔNG GIAN

Tên hình	Diện tích xung	Diện tích toàn phần	Thể tích
----------	----------------	---------------------	----------

Kinh nghiệm giải Toán trên máy tính Casio II

	quanh		
Hình trụ	$S = 2.\pi.R.h$	$S = 2.\pi.R.h + 2.\pi.R^2$	$V = \pi.R^2.h$
Hình nón	$S = \pi.R.l$	$S = \pi.R.l + \pi.R^2$	$V = \frac{1}{3}.\pi.R^2.h$
Hình nón cụt	$S = \pi(R_1 + R_2).l$	$S = \pi(R_1 + R_2).l + \pi.R_1^2 + \pi.R_2^2$	$V = \frac{1}{3}.\pi.h.(R_1^2 + R_2^2 + R_1.R_2)$
Hình cầu	$S = 4.\pi.R^2 = \pi.d^2$		$V = \frac{4}{3}.\pi.R^3$

Chứng minh: Định lý hàm số Sin và Cos trong tam giác.

1. Cho ΔABC có $AB = c$, $AC = b$, $\widehat{A} = \alpha$. Tính cạnh BC theo b, c và α .

Giải

Trong tam giác vuông HBC, ta có:

$$BC^2 = CH^2 + BH^2 \quad (1)$$

Trong tam giác vuông ACH, ta có:

$$CH^2 = AC^2 - AH^2$$

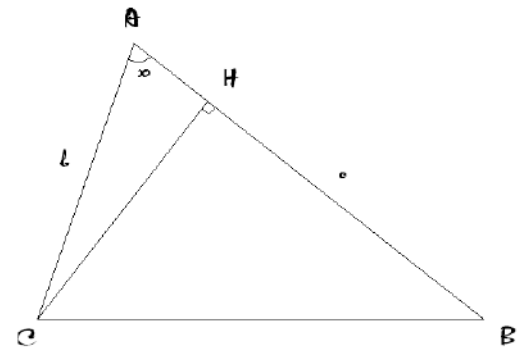
Thay $BH = |AB - AH|$ (Xét cả 2 trường hợp góc B nhỏ hơn và lớn hơn 90°), ta được:

$$BH^2 = |AB - AH|^2 = AB^2 + AH^2 - 2AB.AH \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) ta được:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AH = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.CosA$$

$$\text{Hay: } BC = b^2 + c^2 - 2bcCos\alpha$$



2. Cho ΔABC có $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$. Nội tiếp (O;R). Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{\sin A} = 2R \text{ nếu } \widehat{A} \text{ là góc nhọn.}$$

Giải

b, Ta có:

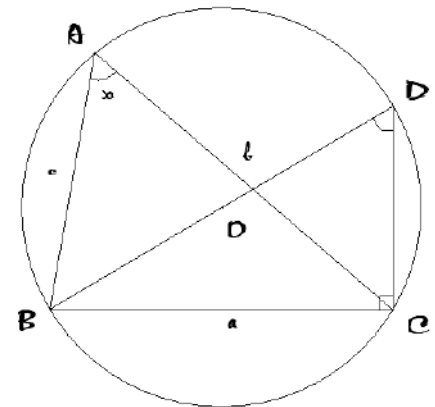
$$\widehat{BAC} = \widehat{BDC} \Rightarrow \sin \widehat{BAC} = \sin \widehat{BDC}$$

$$\text{Mà: } \sin \widehat{BDC} = \frac{BC}{BD} = \frac{a}{2R}$$

$$\Rightarrow \sin \widehat{BAC} = \frac{a}{2R}$$

$$\text{Nên: } \frac{a}{\sin A} = 2R$$

\Rightarrow Đpcm.



1. Bài tập trắc nghiệm: Giúp chúng ta nắm bắt và vận dụng tốt các công thức. Những bài tập nhỏ này cần áp dụng một công thức, bấm máy tính thật nhanh là ra luôn kết quả.

1. Tính số đo các góc của ΔABC biết rằng: $2\hat{A}=4\hat{B}=6\hat{C}$. Số đo của các góc A, B, C lần lượt là:

a, 30, 60, 90 **b**, 40, 60, 140 **c**, 30, 45, 105 **d**, 40, 75, 90

2. Cho ΔABC có: $\hat{B}=82,35^\circ; \hat{C}=57^\circ 18'$ và $a + b + c = 58$ (cm). Độ dài mỗi cạnh của Δ là:

a, 14; 24; 20 **b**, 7,85; 9,24; 24,91 **c**, 15,14; 23,18; 19,68 **d**, 5; 10; 15

3. Cho tam giác ABC có 3 cạnh là: $a = 8,32$; $b = 7,61$; $c = 6,95$. Số đo góc A bằng độ, phút, giây là:

a, $45^0 25' 35''$ **b**, $69^0 31' 50''$ **c**, $69^0 31' 49''$ **d**, $96^0 24' 64''$

4. Cho tam giác vuông có các cạnh góc vuông là $\sqrt[3]{4}$ (cm) và $\sqrt[4]{3}$ (cm). Bình phương độ dài các đường trung tuyến của Δ là:

a, 0,726 (cm) **b**, 1,063 (cm) **c**, 4,252 (cm) **d**, 0,532 (cm)

5. Cho tam giác ABC có độ dài cạnh $AB = 6$ (cm), $AC = 12$ (cm), $BC = 16$ (cm). Độ dài đường trung tuyến ứng với góc A là:

a, 7,089 (cm) **b**, 12,063 (cm) **c**, 4,252 (cm) **d**, 5,099 (cm)

6. Cho tam giác ABC vuông tại A với $AB = 15$ (cm), $BC = 26$ (cm). Kẻ đường phân giác trong AI. Độ dài đường phân giác AI là:

a, 14,74 (cm) **b**, 13,25 (cm) **c**, 12,43 (cm) **d**, 14,05 (cm)

7. Cho ΔABC có $AB = 6$ (cm), $AC = 12$ (cm), $A = 120^0$. Kẻ đường phân giác AD của góc A. Độ dài AD là:

a, 1,971 (cm) **b**, 0,972 (cm) **c**, 2,23 (cm) **d**, 3,012 (cm)

8. Một tam giác có ba cạnh ứng với độ dài là 30,735 (cm); 40,98 (cm); 51,225 (cm). Diện tích của tam giác đó là:

a, 567,45 (cm²) **b**, 75,26 (cm²) **c**, 629,76 (cm²) **d**, 356,76 (cm²)

9. Cho tam giác ABC có góc A nhọn. Biết $AB = 4,5$ (cm), $AC = 9,6$ (cm) và số đo góc A bằng 60^0 . Diện tích tam giác là:

a, 18,7 (cm²) **b**, 20,32 (cm²) **c**, 9,64 (cm²) **d**, 28,03 (cm²)

10. Cho ΔABC có 3 cạnh: $a = 15$ (cm); $b = 13$ (cm); $c = 12$ (cm). Ba đường phân giác trong các 3 cạnh tại A_1, B_1, C_1 . Tính diện tích tam giác $A_1B_1C_1$.

a, 18,53 (cm²) **b**, 20,32 (cm²) **c**, 10,96 (cm²) **d**, 28,03 (cm²)

11. Diện tích hình tròn nội tiếp trong tam giác đều có cạnh $a = 12,46$ (cm) là:

a, 40,64 (cm²) **b**, 20,32 (cm²) **c**, 32,05 (cm²) **d**, 74,46 (cm²)

12. Chu vi hình tròn ngoại tiếp Δ đều có cạnh $a = 4,6872$ là: ĐS: $P = 17$

a, 27 (cm) **b**, 13 (cm) **c**, 28 (cm) **d**, 17 (cm)

13. Cho tam giác ABC có chu vi 58 (cm); số đo góc B bằng $58^{\circ}20'$, số đo góc C = $82^{\circ}35'$. Hãy tính độ dài đường cao AH của tam giác đó.

14. Một tam giác có chu vi là 49,49 (cm); các cạnh tỉ lệ 20: 21: 29. Tính khoảng cách từ giao điểm của 3 đường phân giác tới mỗi cạnh của tam giác.

a, 7,244 (cm) b, 6,421 (cm) c, 4,242 (cm) d, 5,341 (cm)

15. Cho tam giác ABC có $\hat{B} = 120^{\circ}$, BC = 12 (cm), AB = 6 (cm). Phân giác trong của góc B cắt cạnh AC tại D. Diện tích tam giác ABD là:

a, 2,52 (cm²) b, 12,52 (cm²) c, 10,96 (cm²) d, 10,39 (cm²)

16. Cho một tam giác nội tiếp trong đường tròn. Các đỉnh của tam giác chia đường tròn thành ba cung có độ dài là 3, 4, 5. Diện tích tam giác đó là:

a, 3,142 (cm²) b, 4,315 (cm²) c, 10,96 (cm²) d, 8,03 (cm²)

17. Cho ΔABC có AB = 6,75 (cm); AC = 8,42 (cm); BC = 10,27 (cm). Các đường phân giác trong của góc A cắt đường thẳng BC ở D. Độ dài đoạn BD là:

a, 6,254 (cm) b, 6,421 (cm) c, 4,57 (cm) d, 3,124 (cm)

18. Hình chữ nhật có bình phương độ dài cạnh nhỏ là 2 (cm), và diện tích của hình chữ nhật là 40 (cm²). Độ dài cạnh còn lại là:

a, 20 (cm²) b, 28,28 (cm²) c, 10 (cm²) d, 12,76 (cm²)

19. Một hình chữ nhật có diện tích 360 m². Nếu tăng mỗi cạnh thêm 1 (m) thì diện tích tăng 40 (m²). Hai kích thước của hình chữ nhật là:

a, 16 (cm); 22,5 (cm) b, 36 (cm); 10 (cm) c, 12 (cm); 30 (cm) d, 15 (cm); 24

20. Diện tích của hình cầu có đường kính d = 12,508 (cm) là:

a, 419,5 (cm²) b, 28,28 (cm²) c, 42,05 (cm²) d, 262,71 (cm²)

21. Bán kính của hình cầu có V = 137,45 cm³ là:

a, 3,2 (cm) b, 4,2 (cm) c, 5,6 (cm) d, 3,1 (cm)

22. Cho ΔABC vuông tại A quay cạnh AC. Biết BC = 5,025 (cm) và góc B = 68° .

Diện tích xung quanh và thể tích của hình nón được tạo thành là:

a, 16 (cm²) 22,5 (cm³) b, 29,7 (cm²) 17,3 (cm³) c, 12,24 (cm²);
30,4 (cm³) d, 15 (cm²); 24

23. Cho hình chữ nhật ABCD quay xung quanh cạnh BC. Biết BC + CD = 15,24 (cm)

và $\frac{BC}{CD} = \frac{2}{3}$. Diện tích toàn phần và thể tích của hình trụ tạo thành lần lượt là:

a, 875,59 và 1601,28 b, 252,34 và 656,65 c, 234,43 và 1236,23 d, Kết quả khác

24. Cho bán kính đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp của một tam giác lần lượt là 5 (m) và 2 (m). Khoảng cách giữa 2 tâm của đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp của tam giác là:

a, 3,2 (m) b, 2,236 (cm) c, 5,6 (m) d, 2,236 (m)

Giải bài tập trắc nghiệm

11.1.1 Cách 1:

$$\text{Vì } 21\hat{A} = 14\hat{B} = 6\hat{C} \text{ nên } \frac{21\hat{A}}{42} = \frac{14\hat{B}}{42} = \frac{6\hat{C}}{42} \text{ hay } \frac{\hat{A}}{2} = \frac{\hat{B}}{3} = \frac{\hat{C}}{7}$$

$$\text{Suy ra: } \frac{\hat{A}}{2} = \frac{\hat{B}}{3} = \frac{\hat{C}}{7} = \frac{\hat{A} + \hat{B} + \hat{C}}{12} = \frac{180^\circ}{12}$$

$$\text{Do đó: } \hat{A} = 15^\circ \times 2 = 30^\circ; \hat{B} = 15^\circ \times 3 = 45^\circ; \hat{C} = 15^\circ \times 7 = 105^\circ$$

Cách 2: (Nhắm)

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

Giải phương trình 3 ẩn: Vào EQU, 3 unknowns.

$$21 = -14 = 0 = 0 =$$

$$0 = 14 = -6 = 0 =$$

$$1 = 1 = 1 = 180 =$$

Đáp án: C

11.1.2

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Giải phương trình 3 ẩn: Vào EQU, 3 unknowns.

$$\sin 82,35^\circ = -\sin (180 - 82,35^\circ - 57^\circ - 18^\circ) = 0 = 0 =$$

$$0 = \sin 57^\circ - 18^\circ = -\sin 82,35^\circ = 0 =$$

$$1 = 1 = 1 = 58 =$$

Đáp án: C

11.1.3

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$\text{Bấm: } 7,61 x^2 + 6,95 x^2 - 8,32 x^2 = \div (2 \times 7,61 \times 6,95 = \text{shift Cos}^{-1} \text{ Ans} =$$

Đáp số: C

11.1.4

Trong Δ vuông thì đường trung tuyến bằng $\frac{1}{2}$ cạnh huyền.

$$\text{Bấm: } \sqrt{((\sqrt[3]{4})x^2 + (4 \text{ shift } \sqrt[3]{3})x^2)} = \div 2 = x^2$$

Đáp số: A

11.1.5

$$m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}$$

$$\text{Bấm: } 6^2 + 12^2 = \div 2 = -16^2 \div 4 = \sqrt{x} \text{ Ans} =$$

Đáp số: D

11.1.6

Tính AC bấm: $\sqrt{x} (26^2 - 15^2 =$

$$d_a = \frac{2}{b+c} \sqrt{bc(p-a)}$$
 bấm tính AI:

$$2ab/c (15 + \text{Ans}) \times \sqrt{x} (15 \times \text{Ans} \times (15 + 26 + \text{Ans}) \div 2 \times ((15 + 26 + \text{Ans}) \div 2 - 26 =$$

Đáp số: C

11.1.7

Áp dụng hàm số cos, tính BC bấm: $6^2 + 12^2 - 2 \times 6 \times 12 \times \cos 120 = \sqrt{x}$ Ans =

$$d_a = \frac{2}{b+c} \sqrt{bc(p-a)}$$
 bấm tính AD:

$$2ab/c (6 + 12) \times \sqrt{x} (6 \times 12 \times ((6 + 12 + \text{Ans}) \div 2 - \text{Ans} =$$

Đáp số: B

11.1.8

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Bấm: 30,735 shift STO A 40,98 shift STO B 51,225 shift STO C

Alpha A + alpha B + alpha C = ÷ 2 shift STO D

$$\sqrt{(\alpha D \times (\alpha D - \alpha A) \times (\alpha D - \alpha B) \times (\alpha D - \alpha C)) =$$

Đáp số: C

11.1.9

$$S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A$$

Bấm: 1 ab/c 2 × 4,5 × 9,6 × sin 60 =

Đáp số: A

11.1.10

$$S_{A,B,C_1} = \frac{2abc \cdot S_{ABC}}{(a+b)(a+c)(b+c)}$$

Bấm tính diện tích ΔABC : 15 shift STO A 13 shift STO B 12 shift STO C

Alpha A + alpha B + alpha C = ÷ 2 shift STO D

$$\sqrt{(\alpha D \times (\alpha D - \alpha A) \times (\alpha D - \alpha B) \times (\alpha D - \alpha C)) = \text{shift STO X}$$

$$2 \times \alpha A \times \alpha B \times \alpha C \times \alpha X \div ((\alpha A + \alpha B) \times (\alpha A + \alpha C) \times (\alpha B + \alpha C) =$$

Đáp số: A

11.1.11 $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a = \frac{1}{2} a \cdot a \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ khi ABC là Δ đều.

Mà: $S = p \cdot r \Rightarrow r = \frac{S}{p}$ hay $r = \frac{2S}{3a} = \frac{a\sqrt{3}}{6} = \frac{a}{2\sqrt{3}}$

Chỉ cần nhớ: $r = \frac{a}{2\sqrt{3}} \Rightarrow r = \frac{12,46}{2\sqrt{3}}$

Bấm: **12,46** ÷ (**2** × \sqrt{x} **3**) =

Ans $x^2 \times \text{shift } \pi =$

Đáp số: **A**

11.1.12 $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a = \frac{1}{2} a \cdot a \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ khi ABC là Δ đều.

Mà $S = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S}$ hay $R = \frac{a^3}{4S} = \frac{a}{\sqrt{3}}$

Chỉ cần nhớ: $R = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{4,6872}{\sqrt{3}}$

Bấm: **4,6872** ÷ (\sqrt{x} **3**) = × **2** × **shift** $\pi =$

Đáp số: **D**

11.1.13 Áp dụng hàm số Sin, ta có:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = \frac{a+b+c}{\sin A + \sin B + \sin C}$$

Suy ra: $b = \frac{(a+b+c) \cdot \sin B}{\sin A + \sin B + \sin C}$

$$AH = b \sin C = \frac{(a+b+c) \sin B \cdot \sin C}{\sin A + \sin B + \sin C} = \frac{58 \cdot \sin 58^\circ 20' \cdot \sin 82^\circ 35'}{\sin 58^\circ 20' + \sin 82^\circ 35' + \sin(180^\circ - 58^\circ 20' - 82^\circ 35')} = 19,79288254(\text{cm})$$

11.1.14 Cách 1: Gọi 3 cạnh Δ là a, b, c ta có:

$$\begin{cases} a+b+c = 49,49 \\ 20a-21b = 0 \\ 20a-29c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 14,14 \\ b = 14,847 \\ c = 20,503 \end{cases}$$

Giao điểm của ba đường phân giác chính là tâm đường tròn nội tiếp.

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = pr$$

Bấm: **14,14** **shift** **STO** **A** **14,847** **shift** **STO** **B** **20,503** **shift** **STO** **C**

Alpha A + alpha B + alpha C = ÷ 2 shift STO D

$$\sqrt{(\text{alpha D} \times (\text{alpha D} - \text{alpha A}) \times (\text{alpha D} - \text{alpha B}) \times (\text{alpha D} - \text{alpha C}))} = \div \text{alpha D} =$$

Đáp số: **C**

Cách 2: Gọi độ dài các cạnh của tam giác là a, b, c. Ta có:

$$\frac{a}{20} = \frac{b}{21} = \frac{c}{29} = \frac{a+b+c}{70} = \frac{49,49}{70} = 0,707$$

$$\Rightarrow a = 14,14 \text{ (cm); } b = 14,847 \text{ (cm); } c = 20,503 \text{ (cm).}$$

Giao điểm của ba đường phân giác chính là tâm đường tròn nội tiếp.

$$\text{Áp dụng công thức: } S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = pr \left(p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{49,49}{2} = 24,745 \right)$$

Suy ra:

$$r = \frac{\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}{p} = \frac{\sqrt{24,745(24,745-14,14)(24,745-14,847)(24,745-20,503)}}{24,745} = 4,242$$

Vậy khoảng cách từ giao điểm của 3 đường phân giác tới mỗi cạnh của tam giác là: 4,242 (cm).

11.1.15 Áp dụng hàm số cos, bấm tính AC:

$$12 \ x^2 + 6 \ x^2 - 2 \times 12 \times 6 \times \cos 120 = \sqrt{\quad} \text{ Ans} = \text{shift STO B}$$

$$d_b = \frac{2}{a+c} \sqrt{acp(p-b)} \text{ tính BD bấm:}$$

$$12 \text{ shift STO A } 6 \text{ shift STO C } \alpha \text{ A} + \alpha \text{ B} + \alpha \text{ C} = \div 2 \text{ shift STO D}$$

$$2 \text{ ab/c (} \alpha \text{ A} + \alpha \text{ C) } \times \sqrt{\quad} \text{ (} \alpha \text{ A} \times \alpha \text{ C} \times \alpha \text{ D (} \alpha \text{ D} - \alpha \text{ B))} = \text{shift STO X}$$

Có BA, BD và góc ABD tính diện tích Δ ABD bấm:

$$1 \text{ ab/c } 2 \times \alpha \text{ C} \times \alpha \text{ X} \times \sin 60 =$$

Đáp số: **D**

11.1.16 Chú ý: Phân biệt cung và dây cung.

Các đỉnh của tam giác chia đường tròn thành ba cung có độ dài là 3, 4, 5 nên:

$$\frac{\alpha}{3} = \frac{\beta}{4} = \frac{\varepsilon}{5} = \frac{\alpha+\beta+\varepsilon}{12} = \frac{180^\circ}{12}$$

$$\Rightarrow \alpha = 45^\circ; \beta = 60^\circ; \varepsilon = 75^\circ$$

$$\text{Lại có: } 3 = \frac{2.R.\pi.90}{360} \Rightarrow R = 1,91 \text{ (cm)}$$

$$S = 2R^2 \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \sin \varepsilon = 2 \times 1,91^2 \times \sin 45 \times \sin 60 \times \sin 75 = 4,315 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Đáp án: **B**

$$11.1.17 \ d_a = \frac{2}{b+c} \sqrt{bcp(p-a)}$$

Bấm tính AD: **6,75 shift STO C 8,42 shift STO B 10,27 shift STO A**

$$\alpha \text{ A} + \alpha \text{ B} + \alpha \text{ C} = \div 2 \text{ shift STO D}$$

$$2 \text{ ab/c (} \alpha \text{ B} + \alpha \text{ C) } \times \sqrt{\quad} \text{ (} \alpha \text{ B} \times \alpha \text{ C} \times \alpha \text{ D} \times \text{ (} \alpha \text{ D} - \alpha \text{ A))} = \text{shift STO X}$$

Áp dụng hàm số cos cho tam giác ABC ta có:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC}$$

Tính góc A bấm: (α B x^2 + α C x^2 - α A x^2) \div α B α C) = shift cos⁻¹ Ans = shift STO Y

Áp dụng hàm số cos cho tam giác ABD ta có:

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2 \cdot AB \cdot AD \cdot \cos A_1$$

Tính BD bấm: α C x^2 + α X x^2 - 2 \times α C \times α X \times cos (α Y \div 2) = $\sqrt{\quad}$ Ans =

Đáp số: C

11.1.18 Đáp số: B

11.1.19 Gọi a, b (Điều kiện: a, b > 0) là 2 kích thước của hình chữ nhật, ta có:

$$\begin{cases} ab = 360 \\ (a+1)(b+1) = 360 + 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab = 360 \\ a + b = 39 \end{cases}$$

Giải phương trình bậc hai.

\Rightarrow Hai kích thước hình chữ nhật là 24, 15

Đáp số: D

11.1.20 $S = 4 \cdot \pi \cdot R^2 = \pi \cdot d^2$

Đáp số: A

11.1.21 $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 \Rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$

Đáp số: A

11.1.22 $AC = BC \times \sin B = 5,025 \times \sin 68 = 4,66$ (cm)

$AB = BC \times \cos B = 5,025 \times \cos 68 = 1,88$ (cm)

$S_{xq} = \pi \cdot R \cdot l = \pi \cdot AB \cdot BC = \pi \cdot 1,88 \cdot 5,025 = 29,729$ (cm²)

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot R^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot AB^2 \cdot AC = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 1,88^2 \cdot 4,66 = 17,29$ (cm³)

Đáp số: B

11.1.23 Ta có:

$$\begin{cases} BC + CD = 15,24 \\ 3 \cdot BC - 2 \cdot CD = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} BC = 6,096 \text{ (cm)} \\ CD = 9,144 \text{ (cm)} \end{cases}$$

$S_p = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot h + 2 \cdot \pi \cdot R^2 = 2 \cdot \pi \cdot CD \cdot BC + 2 \cdot \pi \cdot CD^2$

$= 2 \cdot \pi \cdot 9,144 \cdot 6,096 + 2 \cdot \pi \cdot 9,144^2 = 875,59$ (cm²)

$V = \pi \cdot R^2 \cdot h = \pi \cdot CD^2 \cdot BC = \pi \cdot 9,144^2 \cdot 6,096 = 1601,28$ (cm³)

Đáp án: A

11.1.24 Ta có khoảng cách giữa 2 tâm là:

$$\sqrt{R(R-2r)} = \sqrt{5(5-2.2)} = \sqrt{5} \approx 2,236(m)$$

Đáp số: **D**

Bài tập tự luyện:

1. Cho ΔABC có cạnh $AC = b = 3,85$ (cm); $AB = c = 3,25$ (cm) và đường cao $AH = h = 2,75$ (cm).

a, Tính các góc A, B, C và cạnh BC của Δ .

b, Tính độ dài của trung tuyến AM ($M \in BC$).

c, Tính diện tích ΔAHM .

(Góc tính đến phút, độ; độ dài và diện tích lấy kết quả với 2 chữ số thập phân)

2. Cho ΔABC có các cạnh $AB = 21$ (cm); $AC = 28$ (cm); $BC = 35$ (cm).

a, Chứng minh ΔABC vuông. Tính diện tích ΔABC .

b, Tính các góc B và C (Độ, phút, giây).

c, Đường phân giác của góc A cắt cạnh BC tại I. Tính IA, IB, IC.

d, Tính tỉ số diện tích của ΔABI và ΔABC .

3. Cho ΔABC có $AB = 4,2315$ (cm); $AC = 5,3641$; $\widehat{BAC} = 65^\circ$.

a, Tính đường cao BK, CF của ΔABC .

b, Tính $S_{\Delta ABC}$.

c, Tính các góc còn lại của ΔABC .

d, Tính độ dài đường cao AH của ΔABC .

e, Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp (R), bán kính đường tròn nội tiếp (r) của ΔABC .

4. Cho ΔABC vuông tại A có $AB = \sqrt{3}$, góc $ACB = 30^\circ$. Các đường phân giác trong BM và CN cắt nhau tại I.

a, Tính độ dài các đoạn BM và CN.

b, Tính diện tích ΔIMN .

5. Cho tam giác ABC vuông tại A với $AB = 3,74$ (cm); $AC = 4,51$ (cm).

a, Tính độ dài đường cao AH, CH.

b, Tính góc B của ΔABC theo độ, phút.

c, Kẻ đường phân giác của góc A cắt BC tại I. Tính BI.

d, Tính diện tích ΔACI .

6. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH, đường phân giác AD. Biết $AH = 3\sqrt{618}$ (cm), $HC - HB = 179$ (cm).

a, Tính BD và DA.

b, Tính góc \widehat{HAD} .

c, Tính tỉ số diện tích của $\frac{S_{ABD}}{S_{ADC}}$.

7. Cho ΔABC vuông tại C. Trong tam giác vẽ đường tròn tiếp xúc với các cạnh của tam giác. Gọi tiếp điểm của cạnh huyền AB với đường tròn là D.

Viết công thức tính diện tích ΔABC biết $BD = m$; $AD = n$.

Tính diện tích hình chữ nhật CMDK ($M \in BC$; $K \in AC$) khi $m = 5,572$ (cm) và $n = 4,205$ (cm).

8. Cho tam giác ABC có $AB = 19,7$ (cm), $AC = 15,08$ (cm), $BC = 23,21$ (cm).

a, Tính độ dài đường trung tuyến AM, đường phân giác trong AD.

b, Tính số đo các góc của tam giác.

c, Tính đường cao AH và độ dài đoạn CH.

b, Tính diện tích tam giác ABC và tam giác AIM.

d, Tính khoảng cách giữa 2 tâm của đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp tam giác.

9. Cho ΔABC vuông tại A có cạnh $AB = a = 2,75$ (cm), góc $C = \alpha = 37^{\circ}25'$. Từ A vẽ các đường cao AH, đường phân giác AI và đường trung tuyến AM.

a, Tính độ dài của AH, AI, AM.

b, Tính độ dài của BH, BI, BM.

c, Tính góc \widehat{HAM} và \widehat{IAM} .

d, Tính diện tích ΔAIM .

(Kết quả lấy 2 chữ số ở phần thập phân, góc làm tròn tới phút).

10. Cho hình chữ nhật ABCD. Biết $AC = a$; $\widehat{BAC} = \alpha$. Tính:

a, Chu vi và diện tích hình chữ nhật theo a và α

b, Chu vi và diện tích biết $a = 20,09$ (cm); $\alpha = 35^{\circ}42'$

11. Cho hình chữ nhật ABCD, HB vuông với AC ($H \in AC$). Biết $BC = 10$ (cm), góc $HBC = 30^{\circ}$.

a, Tính AC.

b, Tính S_{ABCD} .

c, Tính tỉ số: $\frac{S_{BHC}}{S_{ABC}}$

12. Cho hình chữ nhật ABCD, $\sin \widehat{DAC} = 0,8$; $AD = 42$ (cm), kẻ CE vuông góc BD và DF vuông góc AC. Đường chéo AC cắt BD ở O.

a, Tính $\sin \widehat{AOD}$.

b, Chứng minh tứ giác DCEF là hình thang cân.

c, Tính S_{DCEF} .

13. Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 5$ (cm) và $AD = 3$ (cm). Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho $AM = 1,5$ (cm) và trên cạnh BC lấy điểm N sao cho $BN = 1,8$ (cm). Gọi I là giao điểm của CM và AN. Tính IA, IB, IC (Chính xác đến 4 chữ số thập phân)

14. Cho hình chữ nhật ABCD. Qua đỉnh B vẽ đường vuông góc với đường chéo AC tại H. Gọi E, F, G thứ tự là trung điểm của các đoạn thẳng AH, BH, CD.

a, Chứng minh tứ giác EFCG là hình bình hành.

b, Góc BEG là góc nhọn, góc vuông hay là góc tù? Vì sao?

c, Biết $BH = 17,25$ (cm), góc $BAC = 30^{\circ}40'$. Tính diện tích hình chữ nhật ABCD.

d, Tính độ dài đường chéo AC.

15. Cho hình thang ABCD vuông tại A và B, góc D là 135° ; $AB = AD = 4,221$ (cm). Tính chu vi và diện tích của hình thang ABCD. (Chính xác đến chữ số thập phân thứ ba).

16. Cho hình thang cân ABCD có $\hat{C} = 30^{\circ}$, đáy nhỏ $AB = 2,5$ (cm) và cạnh bên $BC = 3,2$ (cm). Tính:

a, Diện tích hình thang ABCD.

b, Độ dài đường chéo AC.

17. Hình thang ABCD ($AB \parallel CD$) có đường chéo BD hợp với tia BC một góc bằng góc DAB. Biết rằng $AB = a = 12,5$ (cm), $DC = b = 28,5$ (cm).

a, Tính độ dài x của đường chéo BD.

b, Tính tỉ số phần trăm giữa diện tích hai tam giác ABD và ΔBDC (Chính xác đến chữ số thập phân thứ 2).

18. Cho hình thang cân mà đáy nhỏ $CD = 16,45$ (cm), cạnh bên $AD = BC = 30,1$ (cm). Hai đường chéo AC và BD vuông góc với nhau.

a, Tìm công thức tính độ dài đáy lớn.

b, Tìm độ dài đáy lớn và số liệu cho ở trên. (Làm tròn 4 chữ số ở phần thập phân).

19. Cho hình thang cân có hai đường chéo vuông góc với nhau, hai đáy có độ dài là $DC = 15,34$ (cm) và $AB = 24,352$ (cm). Tính độ dài cạnh bên và diện tích hình thang.

20. Cho hình bình hành ABCD có góc ở đỉnh A là góc tù. Kẻ hai đường cao AH và AK ($AH \perp BC$; $AK \perp CD$). Biết $\hat{HAK} = \alpha$ và độ dài hai cạnh của hình bình hành $AB = a$; $AD = b$.

a, Tính AH và AK.

b, Tính tỉ số diện tích của hình bình hành ABCD và diện tích $S_{\Delta HAK}$.

c, Tính phần còn lại S_0 của hình bình hành khi khoét đi tam giác HAK.

d, Áp dụng tính S_0 biết $\alpha = 45^{\circ}38'25''$; $a = 29,1945$ (cm); $b = 198,2001$ (cm).

21. Cho (O; R), $AB = 2R$. Dây CD vuông góc với AB tại trung điểm I của OA.

a, Tứ giác ACOD là hình gì? Vì sao?

b, Tính diện tích tứ giác ACDO theo R.

c, Tính diện tích tứ giác ACDO khi $R = 5,789$ (cm).

22. Cho đường tròn tâm O bán kính $R = 3,15$ (cm). Từ một điểm ở ngoài đường tròn kẻ hai tiếp tuyến AB và AC (B, C thuộc đường tròn). Cho biết $AO = a = 7,85$ (cm).

a, Viết công thức tính góc $\alpha = \frac{1}{2}B\hat{O}C$.

b, Viết công thức tính diện tích S của phần mặt phẳng giới hạn bởi 2 tiếp tuyến AB, AC và cung nhỏ BC.

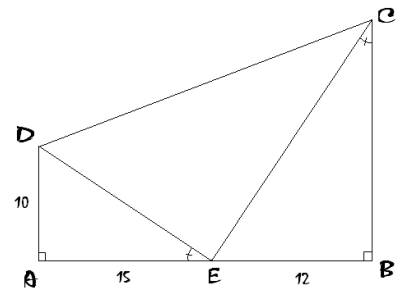
c, Viết quy trình ấn phím liên tục trên máy tính để tính được góc $\alpha = \frac{1}{2}B\hat{O}C$ và diện tích S (Đã nói trên).

23. Cho hình bên biết AD và BC cùng vuông góc với AB ($AD = 10$ (cm)), $A\hat{E}D = B\hat{C}E$, $AE = 15$ (cm), $BE = 12$ (cm).

a, Tính số đo góc DEC.

b, Tính diện tích tứ giác ABCD và diện tích tam giác DEC.

c, Tính tỉ số phần trăm giữa $S_{\Delta DEC}$ và S_{ABCD} .



24. Cho nửa đường tròn đường kính $AB = 25$ (cm). Từ A, B kẻ Ax vuông góc AB, By vuông góc AB, điểm M nằm trên cung AB, một cát tuyến qua M cắt Ax tại D, cắt By tại C sao cho góc DCB bằng 57° .

a, Tính S_{ABCD} .

b, Tìm vị trí của M để S_{ABCD} đạt giá trị nhỏ nhất.

c, Tính giá trị nhỏ nhất của S_{ABCD} .

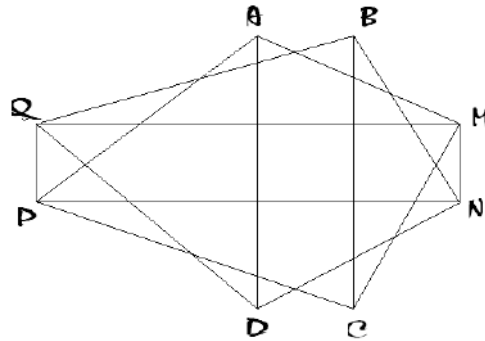
25. Hình thoi ABCD có cạnh bằng 24,13 (cm), khoảng cách giữa hai đỉnh là 12,25 (cm).

a, Tính các góc của hình thoi (Độ, phút, giây).

b, Tính diện tích của hình tròn (O) nội tiếp hình thoi chính xác đến chữ số thập phân thứ ba.

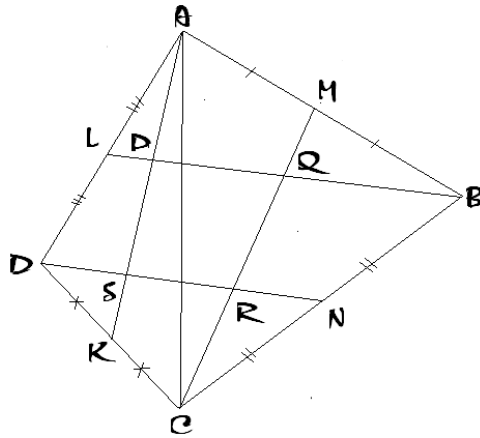
c, Tính diện tích tam giác đều ngoại tiếp đường tròn (O).

26. Cho hình chữ nhật ABCD có kích thước $AB = 1\,008$, $BC = 12\,578\,963$ và hình chữ nhật MNPQ có kích thước $MN = 456$, $NP = 14375$ có các cạnh song song như hình bên. Tìm diện tích tứ giác AMCP và diện tích tứ giác BNDQ.



27. Cho tứ giác ABCD. Gọi K, L, M, N lần lượt là trung điểm của DC, DA, AB, BC. Gọi giao điểm của AK và BL, DN lần lượt là P và S; CN cắt BL, DN lần lượt tại Q và R.

Xác định diện tích tứ giác PQRS biết diện tích của tứ giác ABCD, AMQP, CKSR tương ứng là S_0, S_1, S_2 .

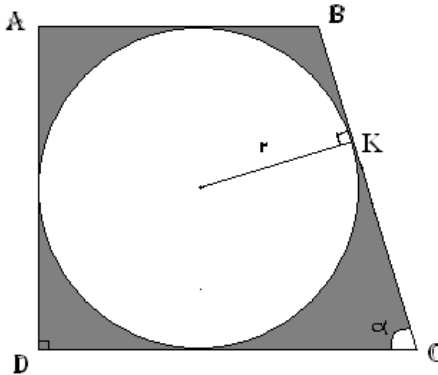


28. Hình thang vuông có góc nhọn $\widehat{BCD} = \alpha$ ngoại tiếp đường tròn tâm O, bán kính r.

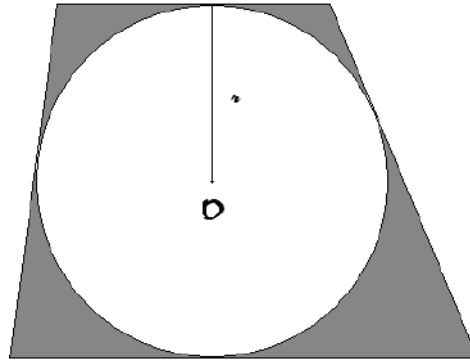
a, Viết công thức tính độ dài các cạnh của hình thang ABCD theo r và α .

b, Viết công thức tính chu vi P của hình thang ABCD và công thức tính diện tích S của phần mặt phẳng giới hạn bởi đường tròn (O) và hình thang ABCD.

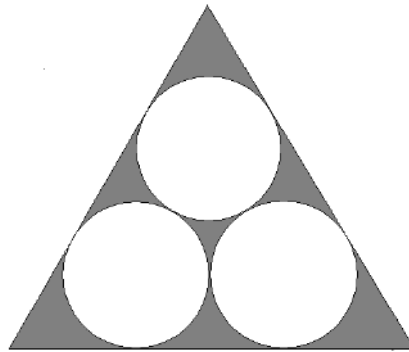
c, Cho biết: $r = 10$ (cm); $\alpha = 65^\circ$. Tính P và S.



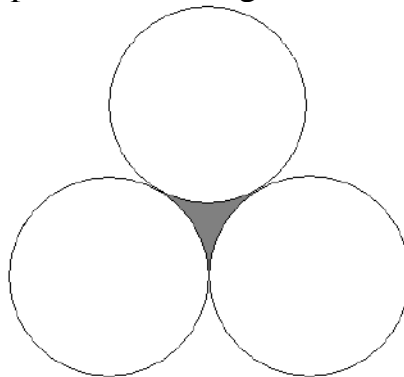
29. Tính diện tích của phần nằm giữa hình thang và hình tròn. Biết chiều dài hai đáy hình thang là 3 (m); 5 (m). Diện tích hình thang bằng 20 (m^2).



30. Tính diện tích phần hình nằm giữa tam giác và các hình tròn bằng nhau có bán kính là 3 (cm).



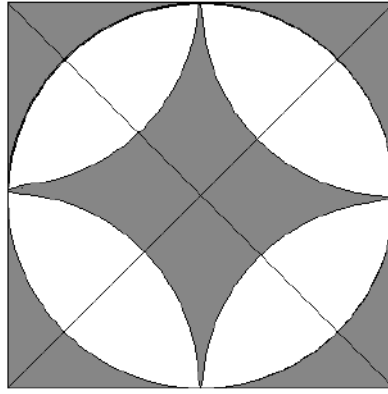
31. Tính diện tích (Chính xác đến 5 chữ số ở phần thập phân) hình giới hạn bởi ba đường tròn bán kính 3 (cm) tiếp xúc nhau từng đôi một.



32. Viên gạch hoa có hình như hình vẽ: $AB = a = 30$ (cm).

a, Tính diện tích phần tô đậm của hình đó (Chính xác 0,01).

b, Tính phần trăm giữa diện tích phần tô đậm so với diện tích viên gạch.

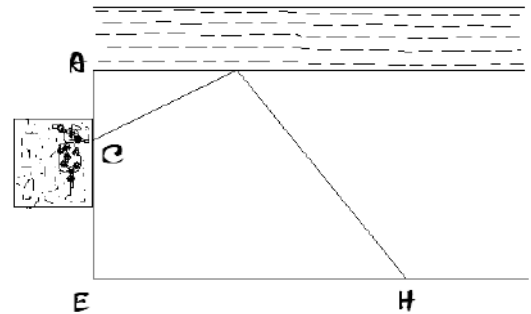


33.1 Một ngôi sao 5 cánh có khoảng cách giữa 2 đỉnh không liên tiếp là 9,651 (cm). Tìm bán kính đường tròn ngoại tiếp (Qua 5 đỉnh).

33.2 Tính khoảng cách giữa 2 đỉnh không liên tiếp của ngôi sao 5 cánh nội tiếp trong đường tròn có bán kính $R = 5,712$ (cm).

33.3 Cho một ngôi sao năm cánh đều nội tiếp trong một đường tròn bán kính $R = 9$ (cm). Tính khoảng cách giữa hai đỉnh không liên tiếp của ngôi sao.

34. Anh Nam chăn trâu giúp gia đình ở bãi cỏ C cách con suối CA = 4 (km). Anh đó muốn tắm cho con trâu ở con suối đó rồi quay trở về trang trại ở vị trí H. Hỏi quãng đường ngắn nhất để anh Nam hoàn thành công việc bao nhiêu km? Biết AC = 4 (km); CE = 7 (km); EH = 8 (km). (Lấy C' đối xứng C qua A => C'H là đoạn ngắn nhất).



35. Cho ΔABC có các đường cao: AH = 12,341(cm); BK = 4,138 (cm); CJ = 6,784 (cm).

Tính diện tích Δ và góc A bằng độ và phút.

**ĐỀ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 THCS
NĂM HỌC 2009 – 2010**

Môn thi: Giải toán bằng máy tính bỏ túi

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian phát đề).

Họ và tên:học sinh trường trung học cơ sở.....

Số báo danh:

Chú ý: 1 Thí sinh được sử dụng máy tính: fx 220, fx 500A, fx 500MS, fx 570MS, fx 500ES, fx 570 ES. Không được sử dụng máy tính có chức năng cao hơn.

Kinh nghiệm giải Toán trên máy tính Casio II

2. Nếu không nói gì thêm, hãy tính chính xác đến 4 chữ số thập phân.

3. Chỉ ghi kết quả các bước làm, công thức, đáp án vào ô và không được có thêm kí hiệu gì khác.

ĐỀ HHN#001: (Thang điểm 50).

Bài 1: (4 điểm) Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$A = \frac{\left(1,08 - \frac{2}{25}\right) \div \frac{4}{7} + 8 \cdot \left(\frac{4}{5} \times 1,25\right)}{\left(6\frac{5}{9} - 3\frac{1}{4}\right) \times 2\frac{2}{17} + 6,4 - \frac{10}{25}} + 5\frac{1}{3} + (1,2 \times 0,5) \div \frac{4}{5}$$

Đáp án: A =

$$B = \frac{3a^3 + 4a\sqrt{a} + 5b\sqrt{a} + a^3}{2a^5 + 3a^2\sqrt{b^3} + \sqrt{a^3} \cdot b^2} \text{ biết } \begin{cases} 2a + 3b - 2,221 = 0 \\ 5a - 7b - 1,946 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \\ b = \end{cases}$$

Đáp án: B ≈

$$C = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{2009.2010}$$

Cách giải

Đáp án: C =

Bài 2: (4 điểm) Cho dãy số $\{U_n\}$ được tạo thành theo quy tắc sau: Mỗi số sau bằng tích của hai số trước cộng với 1, bắt đầu từ $U_0 = U_1 = 1$.

Lập một quy trình tính U_n .

Cách giải

Kinh nghiệm giải Toán trên máy tính Casio II

.....

Tính các giá trị của U_n với $n = 2, 3, \dots, 9$.

n	2	3	4	5	6	7	8	9
U_n								

Bài 3:(3 điểm)

3.1 Tìm x biết:

$$\frac{15,2 \cdot 0,25 - 48,51 \div 14,7}{\left(\frac{13}{44} - \frac{2}{11} - \frac{5}{66} \div \frac{5}{2}\right) \div \frac{5}{6}} = \frac{x}{3,2 + 0,8 \cdot \left(5\frac{1}{2} - 3,25\right)}$$

Đáp án: x =

3.2 Tìm một nghiệm gần đúng của phương trình: $x + \sqrt[3]{x} - 1 = 0$

Cách giải

.....

Đáp án: x ≈

3.3 Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 5x + 4y + 3z - 2 = 0 \\ 4x - 5y - 7z = 0 \\ 8x - 7y - 9z - 1 = 0 \end{cases}$$

Đáp án:

$$\begin{cases} x = \\ y = \\ z = \end{cases}$$

Bài 4:(4,5 điểm)

4.1(3 điểm) Khi chia đa thức: $f(x) = 2x^4 + 8x^3 - 7x^2 + 8x - 12$ cho đa thức $(x - 2)$ ta được thương là một đa thức $Q(x)$ có bậc là 3. Tìm hệ số a của x^2 trong đa thức $Q(x)$ và số dư r trong phép chia trên.

Cách giải

.....

Kinh nghiệm giải Toán trên máy tính Casio II

.....
.....

Đáp án: a = ; r =

4.2(1,5 điểm) Phân tích biểu thức sau ra thừa số: $P_{(x)} = a^4 - 6a^3 + 27a^2 - 54a + 32$

Đáp án: $P_{(x)} =$

Bài 5:(4 điểm) Nêu một phương pháp (Kết hợp trên giấy và máy tính) để tính kết quả đúng của phép tính sau:

$$P = 2222266666 \times 2222244444$$

Cách giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Đáp án: P =

$$Q = 656252^3$$

Cách giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Đáp án: Q =

Bài 6:(4 điểm)

6.1(2 điểm) Tìm chữ số hàng chục của 23^{2009}

Cách giải

.....
.....
.....
.....
.....

.....

Đáp án: Chữ số hàng chục là:

6.2(2 điểm) Thực hiện phép chia số 1 cho số 23 ta được một số thập phân vô hạn tuần hoàn. Hãy xác định số đứng thứ 2010 sau dấu phẩy.

Cách giải

.....

Đáp án: Số đứng thứ 2010 sau dấu phẩy là:

Bài 7:(4 điểm)

7.1 Tính: $M = 2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}}}}}}}$

Đáp án: M =

7.2 Tìm x biết:

$$5 + \frac{2x}{3 + \frac{4}{5 + \frac{6}{7 + \frac{8}{9}}}} = \frac{x}{1 + \frac{2}{3 + \frac{4}{5 + \frac{5}{8 + \frac{7}{9}}}}}$$

Đáp án: x =

Bài 8:(6 điểm)

8.1(3 điểm) Biết số có dạng $A=\overline{1235679x4y}$ chia hết cho 24. Tìm tất cả các số A.

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án:

.....

8.2(2 điểm) Tìm số nguyên dương nhỏ nhất thỏa mãn điều kiện: chia cho 2 dư 1, chia cho 3 dư 2, chia cho 4 dư 3, chia cho 5 dư 4, chia cho 6 dư 5, chia cho 7 dư 6, chia cho 8 dư 7, chia cho 9 dư 8, chia cho 10 dư 9.

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án:

Bài 9: (4,5 điểm) Trong đợt khảo sát chất lượng đầu năm, điểm của ba lớp 9A, 9B, 9C được cho trong bảng sau:

Điểm	10	9	8	7	6	5	4	3
9A	16	14	11	5	4	11	12	4
9B	12	14	16	7	1	12	8	1
9C	14	15	10	5	6	13	5	2

Tính điểm trung bình của mỗi lớp. Kết quả làm tròn 2 chữ số ở phần thập phân.

Kinh nghiệm giải Toán trên máy tính Casio II

$\bar{X}_A =$	$\bar{X}_B =$	$\bar{X}_C =$
---------------	---------------	---------------

Nếu gọi \bar{X} là số trung bình của một dấu hiệu X gồm các giá trị $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$ có các tần số tương ứng là $n_1, n_2, n_3, \dots, n_k$, thì số trung bình của các bình phương các độ lệch của mỗi giá trị của dấu hiệu so với \bar{X} :

$$s_x^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{X})^2 + n_2(x_2 - \bar{X})^2 + n_3(x_3 - \bar{X})^2 + \dots + n_k(x_k - \bar{X})^2}{n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k}$$

Phương sai và độ lệch chuẩn của lớp 9A: $s_A^2 \approx$	$s_A \approx$
Phương sai và độ lệch chuẩn của lớp 9B: $s_B^2 \approx$	$s_B \approx$
Phương sai và độ lệch chuẩn của lớp 9C: $s_C^2 \approx$	$s_C \approx$

Bài 10:(4 điểm) Trong cùng một mặt phẳng Oxy, hai đường thẳng $y=x$ (d_1) và $y = \frac{5}{2}x + 3$ (d_2) cắt nhau tại C. Đường thẳng $y=1$ (d_3) cắt (d_2) tại B và cắt (d_1) tại A.

- a, Tính số đo góc B của tam giác ABC.
- b, Tính chu vi và diện tích của tam giác ABC.
- c, Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

<p>Cách giải</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
--

<p>Đáp án: a, $\hat{B} =$</p> <p>b, $P_{ABC} =$</p>	<p>$S_{ABC} =$</p>
---	-------------------------------

c, R =

Bài 11:(2 điểm) Biết rằng ngày 01/01/1992 là ngày thứ Tư (Wednesday) trong tuần. Cho biết ngày 01/01/2055 là ngày thứ mấy trong tuần? (Cho biết năm 2000 là năm Nhuận).

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án: Ngày 01/01/2055 là ngày thứ trong tuần.

Bài 12:(3 điểm) Cậu Sáu gửi 6 800 đô la vào ngân hàng với lãi suất hàng tháng là 0,36%. Hỏi sau 1 năm, 2 năm, 3 năm, 10 năm cậu Sáu có bao nhiêu tiền cả gốc lẫn lãi. Biết rằng cậu Sáu không rút lãi hàng năm.

Cách giải

.....

.....

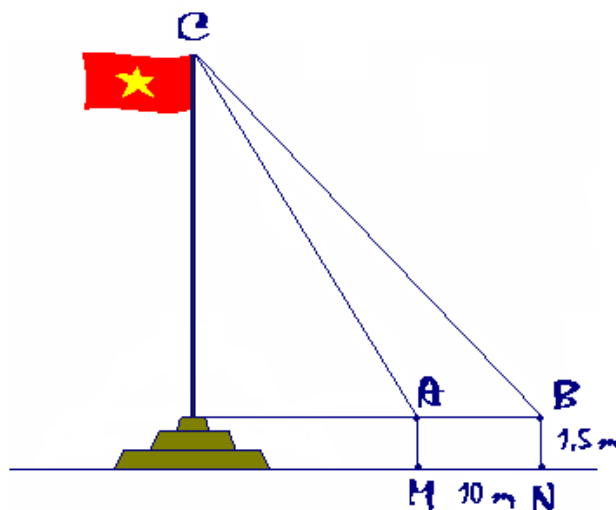
.....

.....

.....

Sau 1 năm	Sau 2 năm	Sau 3 năm	Sau 10 năm

Bài 13:(3 điểm) Để đo chiều cao từ mặt đất đến đỉnh cột cờ của Kỳ đài trước Ngọ Môn (Đại Nội – Huế), người ta cắm 2 cọc bằng nhau MA, NB cao 1,5 mét (So với mặt đất) song song, cách nhau 10 mét và thẳng hàng so với tim cột cờ. Đặt giác kế đứng tại A và tại B để ngắm đến đỉnh cột cờ, người ta đo được các góc lần lượt là $51^{\circ}49'12''$ và $45^{\circ}39'$ so với phương song song với mặt đất. Hãy tính gần đúng chiều cao cột cờ đó.



Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án: Chiều cao cột cờ là: mét.

**ĐỀ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 THCS
NĂM HỌC 2009 – 2010**

Môn thi: Giải toán bằng máy tính bỏ túi

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian phát đề).

Họ và tên:học sinh trường trung học cơ sở.....

Số báo danh:

Chú ý: 1 Thí sinh được sử dụng máy tính: fx 220, fx 500A, fx 500MS, fx 570MS, fx 500ES, fx 570 ES. Không được sử dụng máy tính có chức năng cao hơn.

2.Nếu không nói gì thêm, hãy tính chính xác đến 4 chữ số thập phân.

3.Chỉ ghi kết quả các bước làm, công thức, đáp án vào ô và không được có thêm kí hiệu gì khác.

Đề HHN#002: (Thang điểm 50).

Bài 1:(3 điểm) Tính giá trị của các biểu thức sau:

Kinh nghiệm giải Toán trên máy tính Casio II

$$A = \frac{\left(\frac{1}{3} + 21\frac{3}{4}\right)^3 \div \left[\left(3\frac{4}{5} - \frac{6}{7}\right)\left(\frac{7}{8} + 1\frac{9}{11}\right)^2\right]}{\left(\frac{5}{6} + 3\frac{2}{5}\right)\left[\left(\frac{8}{13} + 4\frac{8}{9}\right) \div \left(\frac{11}{12} - \frac{12}{15}\right)\right]}$$

Đáp án: A =

$$B = \left(x + \frac{x - \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1}\right) \div \left(\frac{x + 1}{x\sqrt{x} - 1} - \frac{2\sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1}\right) \text{ với } x = 167,89$$

Đáp án: B =

$$C = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{2008.2010}$$

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án: C =

Bài 2:(4 điểm) Cho $U_n = 1 - \frac{1}{2^2} + \frac{2}{3^2} - \frac{3}{4^2} + \dots + i \frac{n-1}{n^2}$ (i = 1 nếu n lẻ, i = -1 nếu n chẵn, n là số nguyên $n \geq 1$).

Nêu quy trình ấn phím tính giá trị của U_n .

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Tính chính xác các giá trị: $U_4; U_5; U_6$ và tính gần đúng các giá trị: $U_{20}; U_{25}; U_{30}$.

n	4	5	6	20	25	30
U_n						

Bài 3:(3 điểm)

3.1 Tìm x:

$$\frac{\left[(0,15^2 + 0,35^2) \div (3x + 4,2) \right] \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \right)}{12,5 - \frac{2}{7} \cdot \frac{3}{5} \div \left[(0,5 - 0,3 \cdot 0,75) \div \frac{12}{17} \right]} = 3\frac{1}{2} \div (1,2 + 3,15)$$

Đáp án: x =

3.2 Tìm một nghiệm gần đúng của phương trình:

$$x + \sqrt[3]{x} - 2 = 0$$

Đáp án: x =

3.3 Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x + 5y + z = 34 \\ \frac{x}{6} = \frac{y}{3} = \frac{z}{18} \end{cases}$$

Đáp án:

$$\begin{cases} x = \\ y = \\ z = \end{cases}$$

Bài 4:(2 điểm) Viết quy trình ấn phím tính giá trị của biểu thức sau và biểu diễn kết quả dưới dạng phân số.

$$M = \frac{31}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5}}}}$$

Quy trình ấn phím

.....

Đáp án: M =

Bài 5:(5 điểm)

5.1 Tìm chữ số hàng đơn vị của số: $S = 103^{2009}$

Cách giải

.....

Kinh nghiệm giải Toán trên máy tính Casio II

.....
.....
.....
.....

Đáp án:

5.2 Tìm chữ số hàng chục của số: $Q = 29^{2010}$

Cách giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Đáp án:

5.3 Tìm 3 chữ số tận cùng của $R = 8^{234}$

Cách giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Đáp án:

5.4 Tìm chữ số thập phân thứ 2010 sau dấu phẩy của:

$$\frac{1}{49} \text{ và } \frac{10}{23}$$

Cách giải

.....
.....
.....

Kinh nghiệm giải Toán trên máy tính Casio II

.....
.....
.....

Đáp án: Chữ số thập phân thứ 2010 sau dấu phẩy của $\frac{1}{49}$ là:
Chữ số thập phân thứ 2010 sau dấu phẩy của $\frac{10}{23}$ là:

Bài 6:(4 điểm) Nêu một phương pháp (Kết hợp trên giấy và máy tính) để tính kết quả đúng của phép tính sau:

$$P = 2001^3 + 2002^3 + 2003^3 + 2004^3 + 2005^3 + 2006^3 + 2007^3 + 2008^3 + 2009^3$$

Cách giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Đáp án:

$$Q = 6513666370 \times 6513680238$$

Cách giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Đáp án:

Bài 7:(6 điểm)

7.1 Phân tích số 9405342019 ra thừa số nguyên tố.

Đáp án: 9405342019 =

7.2 Tìm ước số chung lớn nhất của: 4009620; 9474378 và 51135438.

Cách giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Đáp án:

7.3 Tính tổng các ước chẵn dương của số: 490

Cách giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Đáp án:

Bài 8:(2 điểm) Tính và ghi kết quả ở dạng hỗn số:

$$403,405292 \div 0,403809 + 408250,999 \div 403,809$$

Đáp án:

$$357\frac{1}{579}.579\frac{1}{357}$$

Đáp án:

Bài 9:(6 điểm)

9.1 Cho đa thức $g_{(x)} = 8x^3 - 18x^2 + x + 6$

Phân tích $g_{(x)} = 8x^3 - 18x^2 + x + 6$ ra thừa số.

Đáp án:

Kinh nghiệm giải Toán trên máy tính Casio II

Tìm các hệ số a, b, c của đa thức bậc ba $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ biết rằng khi chia đa thức $f(x)$ cho đa thức $g(x)$ thì được đa thức dư là $r(x) = 8x^2 + 4x + 5$.

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án:

Tính chính xác giá trị của $f_{(2010)}$

Đáp án:

9.2 Tìm số dư trong phép chia:

$$\frac{x^4 - 6,723x^3 + 1,857x^2 - 6,458x + 4,319}{x + 2,318}$$

Đáp án: r =

Bài 10:(6 điểm)

10.1 Giả sử n là số tự nhiên cho trước. Để n^3 có 3 chữ số tận cùng bằng 1 thì n phải có 3 chữ số tận cùng là bao nhiêu?

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án:

10.2 Tìm số tự nhiên N nhỏ nhất và số tự nhiên M lớn nhất gồm 12 chữ số, biết rằng M và N chia cho các số 1256; 3568 và 4184 đều có cùng số dư là 973.

Cách giải

Đáp án:

Bài 11:(2,5 điểm)

11.1 Cho (P) $y = ax^2 + bx + c$ đi qua điểm (-3;7) có đỉnh là (1;-12) các hệ số a, b, c chính xác đến 0,0001.

Cách giải

Đáp án: $a \approx$ $b \approx$ $c \approx$

11.2 Xác định a, b biết đường thẳng $y = ax + b$ đi qua hai điểm

$$A\left(\frac{2006}{26}; \frac{2007}{27}\right); B\left(-\frac{2626}{206}; -\frac{2727}{207}\right)$$

Cách giải

.....
.....
.....

Đáp án:

Bài 12:(3 điểm) a, Bạn An gửi tiết kiệm một số tiền ban đầu là 1 000 000 đồng với lãi suất 0,58%/tháng (không kì hạn). Hỏi bạn An phải bao nhiêu tháng thì được cả vốn lẫn lãi bằng hoặc vượt quá 1 300 000 đồng.

b, Với cùng số tiền ban đầu và cùng số tháng đó, nếu bạn An gửi tiết kiệm có kì hạn 3 tháng với lãi suất 0,68%/tháng, thì bạn An sẽ nhận được số tiền cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu? Biết rằng nếu chưa đến kì hạn mà rút tiền thì số tháng dư so với kỳ hạn sẽ được tính theo lãi suất không kì hạn.

Cách giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Đáp án: a,
b,

Bài 13:(3,5 điểm) Tam giác ABC có cạnh $BC = 9,95$ (cm), góc $\hat{A} = 114^\circ 43' 12''$, góc $\hat{B} = 20^\circ 46' 48''$. Từ A vẽ các đường cao AH, đường phân giác trong AD, đường phân giác ngoài AE và đường trung tuyến AM.

a, Tính độ dài các cạnh còn lại của tam giác ABC và các đoạn thẳng AH, AD, AE, AM.

b, Tính diện tích của tam giác AEM.

(Kết quả lấy với 2 chữ số ở phần thập phân).

Cách giải

.....
.....
.....

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Đáp án: a, AB \approx cm; AC \approx cm; AH \approx cm; AD \approx cm; AE \approx cm
b, $S_{AEM} \approx$ cm².

**ĐỀ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 THCS
NĂM HỌC 2009 – 2010**

Môn thi: Giải toán bằng máy tính bỏ túi

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian phát đề).

Họ và tên:học sinh trường trung học cơ sở.....

Số báo danh:

Chú ý: 1 Thí sinh được sử dụng máy tính: fx 220, fx 500A, fx 500MS, fx 570MS, fx 500ES, fx 570 ES. Không được sử dụng máy tính có chức năng cao hơn.

2.Nếu không nói gì thêm, hãy tính chính xác đến 5 chữ số thập phân.

Kinh nghiệm giải Toán trên máy tính Casio II

3. Chỉ ghi kết quả các bước làm, công thức, đáp án vào ô và không được có thêm kí hiệu gì khác.

ĐỀ HHN#003: (Thang điểm 50).

Bài 1:(3 điểm) Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$A = \frac{\cos^3 37^\circ 43' \cdot \cot^5 19^\circ 30' - \sqrt[3]{15} \cdot \sin^2 57^\circ 42' \cdot \tan^4 69^\circ 13'}{\frac{5}{6} \cdot \cos^4 19^\circ 36' \div 3\sqrt{5} \cot^6 56^\circ 9'}$$

Đáp án: A ≈

$$B = \sqrt{680753 + \sqrt{680131 + \sqrt{634082 + \sqrt{649016 + \sqrt{666370}}}}}$$

Đáp án: B ≈

$$C = \left(\frac{1}{9} - 1\right) \left(\frac{1}{10} - 1\right) \dots \left(\frac{1}{2009} - 1\right) \left(\frac{1}{2010} - 1\right)$$

Cách giải

Đáp án: B =

Bài 2:(7 điểm)

2.1(3 điểm) Cho đa thức $P_{(x)} = x^5 - 8x^4 + 21x^3 - 34x^2 + 80x - 96$

Hãy phân tích đa thức $P_{(x)}$ ra thừa số.

Đáp án: $P_{(x)} =$

Tính các giá trị của $P_{(x)}$ tại $x = -5, 5, -6, 6, -7, 7, -8, 8$.

x	-5	5	-6	6	-7	7	-8	8
P_(x)								

Tìm giá trị của a sao cho đa thức:

$Q_{(x)} = P_{(x)} + a$ chia hết cho $(x - 2)$.

Cách giải

Kinh nghiệm giải Toán trên máy tính Casio II

Đáp án: a =

2.2(4 điểm) Cho đa thức: $P(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ và cho biết $P_{(1)} = 3; P_{(2)} = 9; P_{(3)} = 19; P_{(4)} = 33; P_{(5)} = 51$. Tính $P_{(6)}; P_{(7)}; P_{(8)}; P_{(9)}; P_{(10)}; P_{(11)}$.

Cách giải

Đáp án:

x	6	7	8	9	10	11
$P_{(x)}$						

Bài 3:(5 điểm)

3.1 Giải phương trình:
$$\frac{\left(x - 4\frac{1}{2}\right) \div 0,003}{\left(3\frac{1}{20} - 2,65\right) \cdot 4 \div \frac{1}{5}} - \frac{\left(0,3 - \frac{3}{20}\right) \cdot 1\frac{1}{2}}{\left(1,88 + 2\frac{3}{25}\right) \cdot \frac{1}{8}} \div 62 \frac{1}{20} + 17,81 \div 0,137 = 1310$$

Đáp án: B =

3.2 Giải phương trình:

$$\sqrt{x+178408259-26614}\sqrt{x+1332010} + \sqrt{x+178381646-26612}\sqrt{x+1332010} = 1$$

Cách giải

Đáp án:

3.3 Cho $x, y > 0$. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = 2,317 \\ x^2 - y^2 = 1,654 \end{cases}$$

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án: $\begin{cases} x \approx \\ y \approx \end{cases}$

Bài 4:(8 điểm) Cho dãy số u_n và v_n có số hạng tổng quát là:

$$u_n = \frac{(5+2\sqrt{3})^n - (5-2\sqrt{3})^n}{4\sqrt{3}} \quad \text{và} \quad v_n = \frac{(7+2\sqrt{5})^n - (7-2\sqrt{5})^n}{4\sqrt{5}}$$

a, Tính các giá trị chính xác của $u_1, u_2, u_3, u_4; v_1, v_2, v_3, v_4$.

u_1	u_2	u_3	u_4	v_1	v_2	v_3	v_4

b, Lập công thức truy hồi tính u_{n+2} theo u_{n+1} và u_n ; tính v_{n+2} theo v_{n+1} và v_n .

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Kinh nghiệm giải Toán trên máy tính Casio II

Đáp án: $u_{n+2} =$
 $v_{n+2} =$

Từ 2 công thức truy hồi trên, viết quy trình ấn phím liên tục để tính u_{n+2}, v_{n+2} và z_{n+2} theo u_{n+1}, u_n, v_{n+1} và v_n ($n = 1, 2, 3, \dots$). Ghi lại giá trị chính xác của $z_3, z_5, z_8, z_9, z_{10}$.

Quy trình ấn phím

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án:

z_3	z_5	z_8	z_9	z_{10}

Bài 5:(6 điểm)

5.1 Tìm số thập phân thứ 11^{2010} kể từ dấu phẩy của số thập phân vô hạn tuần hoàn $\frac{10000}{29}$.

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án:

5.2 Tìm các ước số nguyên tố của số: $M = 1897^5 + 2981^5 + 3523^5$

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án:

Bài 6:(3 điểm) Tìm số tự nhiên n nhỏ nhất sao cho khi lập phương số đó ta được số tự nhiên có 3 chữ số cuối là chữ số 7 và 3 chữ số đầu cũng đều là chữ số 7: $n^3 = \overline{777 \dots 777}$

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án:

Bài 7:(4 điểm) Nêu một phương pháp (Có thể kết hợp trên giấy) để tính kết quả đúng của phép tính sau:

$$M = 2920092009 \times 2020102010$$

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án:

$$N = 3 + 33 + 333 + \dots + \underbrace{33\dots33}_{13 \text{ chữ số } 3}$$

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án:

Bài 8:(2 điểm)

8.1 Tính $D = \left(\frac{3}{\sqrt{1+a}} + \sqrt{1-a} \right) \div \left(\frac{3}{\sqrt{1-a^2}} + 1 \right)$ với $a = \frac{\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$

Đáp án: $D \approx$

8.2 Cho $A_n = \frac{\pi}{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2}}$. Tính phân nguyên $[A_n]$ với $1 \leq n \leq 10$

Đáp án: $[A_n] =$

Bài 9:(2 điểm) Cho parabol (P): $ax^2 + bx + c$

a, Xác định a, b, c để cho (P) đi qua các điểm: $A\left(2; \frac{13}{3}\right); B\left(-\frac{3}{4}; \frac{2551}{48}\right); C\left(\frac{2}{5}; -\frac{199}{15}\right)$.

Cách giải

.....

.....

.....

.....
.....
.....

Đáp án:

b, Với a, b, c vừa tìm được, xác định gần đúng giá trị m và n để đường thẳng $y = mx + n$ đi qua E(151;253) và tiếp xúc với (P).

Cách giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Đáp án:

Bài 10:(4 điểm) Một người bỏ bi vào hộp theo quy tắc: ngày đầu 1 viên, ngày sau bỏ gấp đôi ngày trước đó. Cùng lúc đó cũng lấy bi ra khỏi hộp theo nguyên tắc: ngày đầu và ngày thứ hai lấy 1 viên, ngày thứ ba trở đi mỗi ngày lấy ra số bi bằng tổng hai ngày trước đó.

a, Tính số bi có được sau 15 ngày.

b, Để số bi trong hộp lớn hơn 1000 cần bao nhiêu ngày?

Cách giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

.....

Đáp án: a,
b,

Bài 11:(3 điểm) Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O) bán kính $R = 4,2$ cm, $AB = 7,69$ cm, $BC = 6,94$ cm, $CD = 3,85$ cm. Tính độ dài cạnh còn lại và diện tích của tứ giác ABCD. (Kết quả lấy ở 2 chữ số ở phần thập phân).

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án: $AD \approx$
 $S_{ABCD} \approx$

Bài 12:(3 điểm) Một ngày trong năm cùng một thời điểm tại thành phố Sa Sa người ta quan sát thấy mặt trời chiếu thẳng các đáy giếng, còn thành phố Na Na một tòa nhà cao 64,58 mét có bóng trên mặt đất dài 7,32 mét. Biết bán kính Trái Đất $R \approx 645,086$ km. Hỏi khoảng cách gần đúng giữa 2 thành phố là bao nhiêu km.

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....
--

Đáp án:

**ĐỀ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 THCS
NĂM HỌC 2009 – 2010**

Môn thi: Giải toán bằng máy tính bỏ túi

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian phát đề).

Họ và tên:học sinh trường trung học cơ sở.....

Số báo danh:

Kinh nghiệm giải Toán trên máy tính Casio II

Chú ý: 1 Thí sinh được sử dụng máy tính: fx 220, fx 500A, fx 500MS, fx 570MS, fx 500ES, fx 570 ES. Không được sử dụng máy tính có chức năng cao hơn.

2. Nếu không nói gì thêm, hãy tính chính xác đến 6 chữ số thập phân.

3. Chỉ ghi kết quả các bước làm, công thức, đáp án vào ô và không được có thêm kí hiệu gì khác.

ĐỀ HHN#004: (Thang điểm 50).

Bài 1: (4 điểm) Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$A = \frac{[(7 - 6035) \div 6,5 + 9,8999..] \cdot \frac{1}{12,8}}{\left(1,2 \div 36 + 1 \frac{1}{5} \div 0,25\right) - 1,8333.. \cdot \frac{1}{4}} \div 0,125$$

Đáp án: A =

$$B = \left\{ [1 + (\tan^2 \alpha)(\sin^2 \beta)] [1 + (\cot^2 \beta)(\cos^2 \alpha)] + (1 - \sin^3 \alpha)(1 - \cos^3 \beta) \right\} \cdot \sqrt{(1 + \sin^2 \alpha)(1 + \cos^2 \beta)}$$

với $\alpha = 25^\circ 30'$, $\sin \beta = 0,8$

Đáp án: B =

$$C = \frac{(a-2)(a-1002)}{a(a-b)(a-c)} + \frac{(b-2)(b-1002)}{b(b-a)(b-c)} + \frac{(c-2)(c-1002)}{c(c-a)(c-b)} \text{ với } a = \sqrt{2008}; b = \sqrt{2009}; c = \sqrt{2010}$$

Đáp án: B =

Bài 2: (3 điểm)

2.1 Viết quy trình ấn phím tính giá trị của biểu thức sau và biểu diễn kết quả dưới dạng phân số.

$$2 - \frac{1}{4 + \frac{3}{6 - \frac{5}{8 + \frac{7}{9}}}}$$

Quy trình ấn phím

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án:

2.2 Tìm x biết:

$$\frac{1}{2 - \frac{3}{4 + \frac{5}{6 - \frac{7}{8 + \frac{9}{10}}}}} = \frac{1}{x + \frac{1}{3 + \frac{1}{5}}} + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}$$

Đáp án: x =

Bài 3:(7 điểm)

3.1(3 điểm) Cho dãy số hạng tổng quát được cho bởi công thức:

$$u_n = \frac{(6+2\sqrt{7})^n - (6-2\sqrt{7})^n}{4\sqrt{7}} \text{ với } n = 1, 2, 3, \dots$$

Tính $u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6$.

u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6

Lập công thức truy hồi tính u_{n+1} theo u_n và u_{n-1} .

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án: $u_{n+1} =$

3.2(4 điểm) Cho 2 dãy số với các số hạng tổng quát cho bởi công thức:

$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ v_1 = 2 \\ u_{n+1} = 22v_n - 15u_n \\ v_{n+1} = 17v_n - 12u_n \end{cases} \text{ với } n = 1, 2, 3, \dots$$

Viết quy trình ấn phím liên tục tính u_{n+1} và v_{n+1} theo u_n và v_n .

Quy trình ấn phím

Kinh nghiệm giải Toán trên máy tính Casio II

.....

Tính u_5, u_{10}, v_5, v_{10}

u_5	u_{10}	v_5	v_{10}

Bài 4:(4 điểm) Tính chính xác các tổng sau:

$$A = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 1000^2$$

Đáp án: x =

$$B = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 1000^3$$

Đáp án: x =

$$C = 1.2.3 + 2.3.5 + 3.4.7 + \dots + 2009.2010.4019$$

Cách giải

.....

Đáp án:

Bài 5:(3 điểm)

5.1 Cho: $A = \frac{1 + \frac{1}{\sqrt{2}}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$; $B = \frac{2\sqrt{2} + 3\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$; $C = \sin 60^\circ + \cos 30^\circ$

Giải phương trình: $Ax^2 + Bx - C = 0$

Đáp án:

Tìm y biết:
$$\frac{15,2 \cdot 0,25 - 48,51 \div 14,7}{y} = \frac{\left(\frac{13}{44} - \frac{2}{11} - \frac{5}{66} \div 2\frac{1}{2}\right) \cdot 1\frac{1}{5}}{3,2 + 0,8 \cdot \left(5\frac{1}{2} - 3,25\right)}$$

Đáp án: y =

Tìm một nghiệm gần đúng của phương trình : $x^2 + \sin x - 1 = 0$

Đáp án: x ≈

Bài 6:(5 điểm)

6.1 Cho đa thức: $P_{(x)} = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Biết $P_{-1} = 5$; $P_1 = -3$; $P_{-2} = 4$; $P(2) = 3$. Tính P_{10} , P_{11} , P_{12} , P_{14} , P_{15} .

Cách giải				
.....				
.....				
.....				
.....				
.....				
.....				
.....				
.....				
.....				
.....				
.....				
.....				
.....				
.....				
.....				
.....				
.....				
.....				
.....				
.....				
.....				
.....				
.....				

Đáp án:

P_{10}	P_{11}	P_{12}	P_{14}	P_{15}

6.2 Xác định hệ số của đa thức $P_{(x)} = ax^3 + bx^2 + cx + 2010$ để sao cho $P_{(x)}$ chia cho $(x-16)$ có số dư là 6666 và chia cho $(x^2 - 9x + 20)$ có biểu thức dư là $(82x + 1790)$.

Cách giải				
.....				
.....				
.....				
.....				
.....				
.....				
.....				
.....				
.....				
.....				
.....				
.....				
.....				
.....				
.....				
.....				
.....				
.....				
.....				
.....				
.....				
.....				
.....				

Kinh nghiệm giải Toán trên máy tính Casio II

.....

Đáp án: a = _____ ; b = _____ ; c = _____

Bài 7:(4 điểm)

7.1 Tìm bội số chung nhỏ nhất của hai số: 12379 và 180105.

Đáp án: $BCNN_{(12379,180105)} =$ _____

7.2 Tìm ước số chung lớn nhất của: 4009620; 9474378 và 51135438.

Đáp án: $ƯCLN_{(4009620,9474378,51135438)} =$ _____

7.3 Tính tích các ước lẽ dương của số: 6664

CÁCH GIẢI

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án: _____

Bài 8:(6 điểm)

8.1 Tìm số dư trong phép chia 197334^{2010} cho 793

CÁCH GIẢI

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án: _____

8.2 Tìm 2 chữ số tận cùng của số: 2009^{2010}

CÁCH GIẢI

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án:

8.3 Cho số hữu tỉ biểu diễn dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn $E = 1,2350750750750\dots$. Hãy cho biết khi E được viết dưới dạng phân số tối giản thì tích của tử số và mẫu số là bao nhiêu?

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án:

Bài 9:(4 điểm)

9.1 Tìm các cặp số (x,y) nguyên dương là nghiệm đúng của phương trình:

$$3x^5 - 19(72x - y)^2 = 240677$$

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....
.....
.....
.....
.....

Đáp án:

9.2 Tìm các chữ số a, b, c, d, để có: $\overline{abcd} = 7850$

Cách giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Đáp án:

Bài 10:(5 điểm)

a, Tìm hai chữ số tận cùng của a để bình phương của a có tận cùng là 89.

Cách giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Đáp án:

b, Tìm số tự nhiên nhỏ nhất a mà bình phương của nó là một số bắt đầu bằng số 19 và kết thúc bằng số 89.

Cách giải

.....
.....
.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án:

c, Tìm tất cả các số tự nhiên n sao cho n^2 là một số 12 chữ số có dạng:
 $n^2 = \overline{2525*****89}$ (Trong đó sáu dấu * biểu thị sáu chữ số, có thể giống và khác nhau). Tìm các số đó.

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án:

Bài 11:(2 điểm) Ông David muốn sau 2 năm có 200 000 000 đồng để chơi cờ phiếu. Hỏi ông phải gửi vào ngân hàng hàng tháng một số tiền bằng nhau là bao nhiêu. Biết lãi suất của ngân hàng là 0,2%.

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án:

Bài 12:(3 điểm) Cho hình chữ nhật ABCD có $AD = 4,9$ (cm). Trên cạnh AD lấy điểm M sao cho $AM = 1,5$ (cm). Gọi I là giao điểm của BM và AC. Giả sử góc IDC có số đo bằng 70^0 .

a, Tính ID.

b, Tính AB.

c, Tính góc $B\hat{I}C$ (Làm tròn đến phút)

Cách giải

Đáp án:

ĐỀ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 THCS
NĂM HỌC 2009 – 2010

Môn thi: Giải toán bằng máy tính bỏ túi

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian phát đề).

Kinh nghiệm giải Toán trên máy tính Casio II

Họ và tên:học sinh trường trung học cơ sở.....

Số báo danh:

Chú ý: 1 Thí sinh được sử dụng máy tính: fx 220, fx 500A, fx 500MS, fx 570MS, fx 500ES, fx 570 ES. Không được sử dụng máy tính có chức năng cao hơn.

2.Nếu không nói gì thêm, hãy tính chính xác đến 4 chữ số thập phân.

3.Chỉ ghi kết quả các bước làm, công thức, đáp án vào ô và không được có thêm kí hiệu gì khác.

Đề HHN#005: (Thang điểm 50).

Bài 1:(4 điểm) Cho 3 số: A = 1193984; B = 157993 và C = 38743.

Tìm ước chung lớn nhất của 3 số A, B, C.

ƯCLN_(A,B,C) =

Tìm bội chung nhỏ nhất của 3 số A, B, C (Tính chính xác).

BCNN_(A,B,C) =

Tính tổng các ước lẻ dương của số D = 8863701824

Cách giải

Đáp án:

Bài 2:(6 điểm) Cho đa thức: $P(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + 481488168$. Biết P(1) = 3; P(2) = 9; P(3) = 9; P(4) = 12.

a, Tìm các hệ số a, b, c, d.

Cách giải

Kinh nghiệm giải Toán trên máy tính Casio II

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án: a = ; b = ; c = ; d =

b, Tính P(5); P(6); P(7); P(8); P(9); P(10).

P(5)	P(6)	P(7)	P(8)	P(9)	P(10)

c, Phân tích biểu thức thành thừa số.

Đáp án: P_(x) =

d, Tìm số dư trong phép chia P_(x) cho (2x + 3).

Đáp án: Số dư trong phép chia P_(x) cho (2x + 3) là:

Bài 3:(5 điểm) Thực hiện biến đổi toán học và kết hợp với máy tính. Tính số nghịch đảo của biểu thức:

$$A = 49 \cdot \left(\frac{1}{2.9} + \frac{1}{9.16} + \frac{1}{16.23} + \dots + \frac{1}{65.72} \right) \div \left(\frac{1}{3} - \frac{7}{36} \right)$$

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án:

$$D = 0,3(4)+1,(62) \div 14 \frac{7}{11} - \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{0,8(5)} \div \frac{90}{11}$$

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án:

Bài 4:(6 điểm)

4.1 Nêu một phương pháp (Kết hợp trên giấy và máy tính) để tính kết quả đúng của phép tính sau:

$$A = 6513680076 \times 6513680077$$

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án:

$$B = 656252^3$$

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Kinh nghiệm giải Toán trên máy tính Casio II

Đáp án:

4.2 Tính tổng: $S = 1!.3 + 2!.7 + 3!.13 + \dots + k!(k^2 + k + 1) + \dots + 12!.157$

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án:

Bài 5:(3 điểm) Cho các số $u_1, u_2, u_3, u_4, \dots$ thỏa mãn $u_n + u_{n+1} = u_{n+2}, \forall n \geq 1$ và $u_2 = 3; u_{50} = 30$
 Tính giá trị của $F = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{48}$

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án: F =

Bài 6:(3 điểm)

Kinh nghiệm giải Toán trên máy tính Casio II

6.1 Cho đa thức $P_{(x)} = 2x^4 + (m+n)x^3 - (2m-3n-2)x^2 + 2x + 1$. Tìm các giá trị của m, n biết $P_{(x)}$ chia hết cho $(2x + 1)$ và chia cho $(x - 1)$ thì dư 12.

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án:

6.2 Cho đa thức $f_{(x)}$ bậc bốn thỏa mãn 2 điều kiện:

$$\begin{cases} f_{(-1)} = 0 \\ f_{(x)} - f_{(x-1)} = x(x+1)(2x+1) \end{cases}$$

Tìm đa thức $f_{(x)}$ nói trên.

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án:

Bài 7:(5 điểm)

Đáp án:

7.1 Tìm x:
$$\left[\frac{\left(x - \frac{9}{2}\right) \div 0,003}{\left(3\frac{1}{20} - 2,65\right) \cdot 4 \div \frac{1}{5}} - \frac{\left(0,3 - \frac{3}{20}\right) \cdot \frac{3}{2}}{\left(1,88 + 2\frac{3}{25}\right) \cdot \frac{1}{8}} \right] \div 62\frac{1}{20} + 17,81 \div 0,0137 = \frac{6505}{5}$$

Đáp án:

7.2 Giải phương trình sau: $\sqrt{x+4036080-4018\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+4040099-4020\sqrt{x-1}} = 1$

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án:

7.3 Cho đa thức $Q(x) = x^{10} + x^5 + 1$.

Giải phương trình: $Q_{(2)} \cdot x^2 + Q_{(\sqrt{12})} \cdot x = 2010$

Đáp án:

7.4 Biết: $\frac{15}{17} = \frac{1}{1 + \frac{1}{a + \frac{1}{b}}}$. Trong đó a, b là các số nguyên dương. Hãy tính a và b.

Đáp án: a = ; b =

Bài 8:(4 điểm)

8.1 Cho $A = 2^{100} + 2^{101} + 2^{102} + \dots + 2^{2010}$. Tìm phần dư khi chia A cho 2009.

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án:

8.2 Tìm số thập phân thứ 2008 sau dấu phẩy của số thập phân vô hạn tuần hoàn $\frac{2009}{2010}$.

Cách giải

.....
.....
.....
.....
.....

Đáp án:

Bài 9:(3 điểm)

9.1 Cho $T = 69!$.

a, Xác định số chữ số của T .

b, Tìm giá trị nguyên dương lớn nhất của n sao cho T chia hết cho 10^n .

Cách giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Đáp án:

9.2 Chỉ từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 lập được nhiều nhất bao nhiêu số tự nhiên lẻ khác nhau mà mỗi số đều có bốn chữ số.

Cách giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Đáp án:

Bài 10:(3 điểm) Tìm các số a, b, c sao cho $\overline{abc} = 10(a^2 + b^2 + c^2)$

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án:

Bài 11:(3 điểm) Sáu người góp vốn mở một cửa hàng kinh doanh. Sau một thời gian, số tiền lãi thu được là 9 876 543 210 đồng và chia ra theo tỉ lệ giữa người thứ nhất và người thứ hai là 1 : 2, người thứ hai và người thứ ba là 3 : 4, người thứ ba và người thứ tư là 5 : 6, người thứ tư và người thứ năm là 7 : 8, người thứ năm và người thứ sáu là 9 : 10. Hỏi số tiền lãi của mỗi người sau khi chia ra là bao nhiêu? (Lấy chính xác đến hàng đơn vị)

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án:

Bài 12:(4 điểm) Cho 3 đường thẳng d_1, d_2, d_3 lần lượt là đồ thị của các hàm số $y = 3x + 5, y = \frac{2}{3}x - 2$ và $y = -2x + 3$. Hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau tại a, hai đường thẳng d_2 và d_3 cắt nhau tại B; hai đường thẳng d_1 và d_3 cắt nhau tại C.

a, Tính chính xác tọa độ các điểm A, B, C.

b, Tìm tọa độ giao điểm D của đường phân giác trong góc A và cạnh BC.

c, Tính gần đúng diện tích phần hình phẳng giữa đường tròn ngoại tiếp và đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

Cách giải

Đáp án:

Bài 13: (1 điểm) Tính khoảng cách giữa 2 đỉnh không liên tiếp của một ngôi sao nội tiếp đường tròn bán kính bằng 2010 cm.

Cách giải

.....
.....

Đáp án:

**ĐỀ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 THCS
NĂM HỌC 2009 – 2010**

Môn thi: Giải toán bằng máy tính bỏ túi

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian phát đề).

Họ và tên:học sinh trường trung học cơ sở.....

Số báo danh:

Chú ý: 1 Thí sinh được sử dụng máy tính: fx 220, fx 500A, fx 500MS, fx 570MS, fx 500ES, fx 570 ES. Không được sử dụng máy tính có chức năng cao hơn.

2.Nếu không nói gì thêm, hãy tính chính xác đến 6 chữ số thập phân.

3.Chỉ ghi kết quả các bước làm, công thức, đáp án vào ô và không được có thêm kí hiệu gì khác.

Đề HHN#006: (Thang điểm 50).

Bài 1:(3 điểm) Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$A = 5\sqrt[3]{6\sqrt{32}} - 3\sqrt[3]{9\sqrt{162}} - 11\sqrt{18} + 2\sqrt[3]{75\sqrt{50}}$$

Đáp án: A =

$$B = \frac{3}{0,29972997\dots} + \frac{3}{0,29972997\dots} + \frac{3}{0,0029972997\dots}$$

Cách giải

.....
.....
.....
.....
.....

Đáp án: B =

$$C = \frac{1^2}{1.3} + \frac{2^2}{3.5} + \frac{3^2}{5.7} + \dots + \frac{1004^2}{2007.2009} + \frac{1005^2}{2009.2011}$$

Cách giải

.....
.....
.....

Kinh nghiệm giải Toán trên máy tính Casio II

.....

.....

.....

.....

Đáp án: C =

Bài 2:(2 điểm) Cho bốn số:

$$A = \left[(3^5)^2 \right]^5; B = \left[(5^2)^5 \right]^2; C = 3^{5^{3^5}}; D = 5^{2^{5^2}}$$

So sánh A với B; C với D.

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án: A ... B; C ... D.

Bài 3:(3 điểm) Cho dãy số với các số hạng tổng quát được cho bởi công thức:

$$U_n = \frac{(13+\sqrt{3})^n - (13-\sqrt{3})^n}{2\sqrt{3}} \text{ với } n = 1, 2, 3, \dots$$

Tính $U_1; U_2; U_3; U_4; U_5; U_6; U_7; U_8; U_9; U_{10}$.

U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9	U_{10}

Lập công thức truy hồi tính U_{n+1} theo U_n và U_{n-1} .

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án: $U_{n+1} =$

Lập quy trình ấn phím liên tục tính U_{n+1} theo U_n và U_{n-1} .

Cách giải

Bài 4:(4 điểm)

4.1 Cho hàm số $f(x) = \frac{2-x}{4x+6}$

Tính tích của tử số và mẫu số của phân số tối giản $f(a)$, biết $a = 1,3579579\dots$ là phân số vô hạn tuần hoàn với chu kì là 579.

Cách giải

Đáp án:

4.2 Cho $f_{(1)} = 1; f_{(m+n)} = f_m + f_n + mn$ (m, n nguyên dương).

Tính $f_{(10)}$ và $f_{(2010)}$.

Cách giải

Kinh nghiệm giải Toán trên máy tính Casio II

.....
.....

Đáp án: $U_{n+1} =$

Bài 5:(4 điểm)

5.1 Tìm x biết:
$$\frac{15,2 \times 0,25 - 48,51 \div 14,7}{x} = \frac{\left(\frac{13}{44} - \frac{2}{11} - \frac{5}{66} \div 2,5\right) \times \frac{7}{5}}{3,2 + 0,8 \times \left(\frac{11}{2} - 3,25\right)}$$

Đáp án: x =

5.2 Giải phương trình: $\sqrt{2009 + 2010\sqrt{x^2 + x + 0,1}} = 20 + \sqrt{2010 - 2009\sqrt{x^2 + x + 0,1}}$

Cách giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Đáp án:

5.3 Tìm x:

$$4 + \frac{x}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}}}} = \frac{x}{4 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}}$$

Đáp án: x =

Bài 6:(4 điểm)

6.1 Cho đa thức: $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$. Biết $P_{(1)} = -3$; $P_{(2)} = 0$; $P_{(3)} = 5$. Tính $M = [P_{(2010)} + P_{(-2009)}] \div 4016$

Cách giải

.....
.....
.....

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Đáp án:

6.2 Tìm số dư của phép chia: $\frac{x^3 - 3,256x + 7,321}{x - 1,617}$

Đáp án:

Bài 7:(6 điểm)

7.1 Tìm ước chung lớn nhất và bội chung nhỏ nhất của 1996 và 2010.

Đáp án: ƯCLN_(1996,2010) = ; BCNN_(1996,2010) =

7.2 Tìm hai chữ số tận cùng của:

$$6^{2008} + 6^{2009} + 6^{2010}$$

Cách giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Đáp án:

7.3 Tìm số dư khi chia 1776^{2010} cho 4000.

Cách giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Kinh nghiệm giải Toán trên máy tính Casio II

.....
.....
.....

Đáp án:

Bài 8:(4 điểm)

8.1 Tìm số tự nhiên a lớn nhất để khi chia các số 13511, 13903, 14589 cho a được cùng một số dư.

Cách giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Đáp án:

8.2 Tìm 9 cặp hai số tự nhiên nhỏ nhất (Kí hiệu là a và b , trong đó số a là số lớn, số b là số nhỏ) có tổng là bội của 2010 và thương của chúng bằng 5.

Cách giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

a									
b									

Bài 9:(4 điểm) Một số có 6 chữ số trong hệ cơ số 10 được gọi là số gần vuông. Nếu nó thỏa mãn các điều kiện sau:

Không chứa chữ số 0.

Là số chính phương.

Hai chữ số đầu, hai chữ số giữa và hai chữ số cuối đều tạo thành những số chính phương có 2 chữ số.

Cách giải

Đáp án:

Bài 10:(3 điểm) Viết kết quả dưới dạng phân số tối giản:

$A = 3124,142248$; $B = 2010,(979)$.

Cách giải

Kinh nghiệm giải Toán trên máy tính Casio II

.....
.....

Đáp án: $A =$ $B =$

Bài 11:(2 điểm) Cho x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $-3x^2 + 5x + 7,9 = 0$. Tính $C = x_1^3 + x_2^3$ (Kết quả viết dưới dạng phân số tối giản).

Cách giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Đáp án:

Bài 12:(3 điểm) Tìm các cặp số $(x;y)$ nguyên dương nghiệm gần đúng của phương trình: $5x^2 - 20(72x - y)^2 = 16277165$

Cách giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Đáp án:

Bài 13:(3 điểm) Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng 1.000 USD theo mức kì hạn là 6 tháng với lãi suất 0,65% một tháng. Hỏi sau 10 năm người đó nhận được bao nhiêu tiền cả gốc lẫn lãi ở ngân hàng. Biết rằng người đó không rút lãi ở tất cả các kì.

b, AM = (cm) ; BC = (cm)

Bài 15:(2 điểm)

a, Tính diện tích của hình cầu có đường kính $d = 20,09$ (cm).

b, Tính bán kính của hình cầu có $V = 2010 \text{ cm}^3$.

Đáp án: a, S = (cm²).

b, R = (cm).

**ĐỀ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 THCS
NĂM HỌC 2009 – 2010**

Môn thi: Giải toán bằng máy tính bỏ túi

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian phát đề).

Họ và tên:học sinh trường trung học cơ sở.....

Số báo danh:

Chú ý: 1 Thí sinh được sử dụng máy tính: fx 220, fx 500A, fx 500MS, fx 570MS, fx 500ES, fx 570 ES. Không được sử dụng máy tính có chức năng cao hơn.

2.Nếu không nói gì thêm, hãy tính chính xác đến 4 chữ số thập phân.

3.Chỉ ghi kết quả các bước làm, công thức, đáp án vào ô và không được có thêm kí hiệu gì khác.

Đề HHN#007: (Thang điểm 50).

Bài 1: (5 điểm) Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$A = \frac{\frac{1}{12,8} \cdot [(7 - 6,35) \div 6,5] + 9,8999...}{\left(1,2 \div 36 + 1 \frac{1}{5} \div \frac{1}{4} - 1,8333... \right) \cdot \frac{5}{4}}$$

Đáp án: A =

$$B = 1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - \dots + 2009^2 - 2010^2$$

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án: B =

$$C = \frac{2010}{2 + \frac{3}{4 + \frac{5}{6 + \frac{7}{8}}}}$$

Đáp án: C =

$$D = \frac{x^4 + x^3 + x^2 + x + 1}{y^4 + y^3 + y^2 + y + 1} \text{ khi } x = 1,6512 \text{ và } y = 1,5123$$

Đáp án: D =

Bài 2:(5 điểm)

2.1 Tính giá trị của x từ phương trình sau:

$$\left[(0,15^2 + 0,35^2) \div (3x + 4,2) \right] \left[\frac{3}{4} + \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \right] = 3 \frac{1}{2} \div (1,2 + 3,15)$$

$$12,5 - \frac{2}{7} \cdot \frac{3}{5} \div \left[(0,5 - 0,3 \cdot 0,75) \div \frac{12}{17} \right]$$

Đáp án: x =

2.2 Kí hiệu [x] là phần nguyên của x.

Giải phương trình: $\left[\sqrt[3]{1} \right] + \left[\sqrt[3]{2} \right] + \dots + \left[\sqrt[3]{x^3 - 1} \right] = 855$

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án: B =

2.3 Cho x, y > 0. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = 2,009 \\ x^2 - y^2 = 1,993 \end{cases}$$

Cách giải

Đáp án: B =

Bài 3:(7 điểm)

3.1 Cho đa thức $P_{(x)} = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$. Biết: $P_{(1)} = \frac{1}{3}; P_{(2)} = 2\frac{2}{3}; P_{(3)} = 9; P_{(4)} = 21\frac{1}{3}$. Tính:

$P_{(18)}, P_{(19)}, P_{(20)}$

Cách giải

Đáp án: B =

3.2 Cho $f_{(x)} = 2004x^4 - 2001x^3 + 2002x^2 - 2003x + m$

$g_{(x)} = 2007x^3 - 2006x^2 + 2005x - n$

Tìm m, n để $f_{(x)}$ và $g_{(x)}$ có 1 nghiệm chung là 26.

Cách giải

Đáp án: m = ; n =

3.3 Cho hàm số $y = f(x)$, biết $\begin{cases} f_{(1)} = 0,73579 \\ f_{(n+1)} = \frac{f_{(n)}}{1+n.f_{(n)}} \end{cases}$, với n là số nguyên dương.

Tính $\frac{1}{f_{(2010)}}$

Cách giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Đáp án:

Bài 4:(6 điểm)

4.1 Tìm tổng của hai chữ số tận cùng số $2^{2008} + 2^{2009} + 2^{2010}$ và 4 chữ số tận cùng số $20022135^3 + 5$

Cách giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Kinh nghiệm giải Toán trên máy tính Casio II

.....

.....

Đáp án:

4.2 Tính chính xác tích số: $1,36(63) \times 36,56(252)$

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án:

Bài 5:(3 điểm) Cho dãy số xác định bởi công thức: $x_{n+1} = \frac{x_n^3 + 1}{3}$

Biết $x_1 = 0,5$. Lập quy trình ấn phím liên tục tính x_n .

Tính x_{12}, x_{31} .

Quy trình ấn phím

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án: $x_{12} =$; $x_{31} =$

Bài 6:(3 điểm) Tìm các số tự nhiên n ($2000 < n < 60000$) sao cho với mỗi số đó thì $a_n = \sqrt[3]{54756 + 15n}$ cũng là một số tự nhiên. Nêu quy trình ấn phím để có kết quả.

Quy trình ấn phím

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án:

Bài 7:(4 điểm)

7.1 Cho $P(x) = x^7 - 7x^6 + 35x^5 - x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 39x - 1$. Tính $P_{(2)} + 2P_{(5)} - P_{(3)}$

Đáp án:

7.2 Khi khai triển biểu thức $(1 + 2x + 3x^2)^{15}$ ta được biểu thức $a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_{30}x^{30}$. Tính giá trị chính xác của biểu thức: $E = a_0 - 2a_1 + 4a_2 - 8a_3 + \dots - 536870912a_{29} - 1073741824a_{30}$

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án:

Bài 8:(7 điểm)

8.1 Tìm 2 số tự nhiên a, b với a lớn nhất có 3 chữ số và thoã mãn:

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Đáp án:

Bài 9:(2 điểm) Cho số $M = \frac{2}{0,19981998..} + \frac{2}{0,019981998..} + \frac{2}{0,0019981998..}$. Phân tích M ra thừa số nguyên tố.

Cách giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Đáp án: M =

Bài 10:(3 điểm) Trong một trận đấu bóng, ban tổ chức có 100 nhân viên an ninh cả chuyên nghiệp và không chuyên nghiệp. Các vị trí của nhân viên an ninh chuyên nghiệp được đánh dấu từ vị trí số 1, cứ cách 15 mét lại đánh dấu tiếp. Nhân viên an ninh không chuyên được đánh dấu từ vị trí số 1, cứ cách 10 mét lại đánh dấu tiếp. Việc đánh dấu kết thúc khi gặp một vị trí đã đánh dấu. Hỏi ban tổ chức có bao nhiêu nhân viên an ninh chuyên nghiệp và không chuyên nghiệp.

Cách giải

.....
.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án: Có nhân viên an ninh chuyên nghiệp và không chuyên.

Bài 11:(3 điểm) Cho hình thang cân có đáy nhỏ là $CD = 16,45$ (cm). Cạnh bên $AD = BC = 30,1$ (cm). Hai đường chéo AC và BD vuông góc.
a, Tính công thức tính độ dài đáy lớn.
b, Tính giá trị độ dài đáy lớn.

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án: a, $AB =$
b, $AB =$

Bài 12:(2 điểm) Cho tam giác ABC có phân giác trong AD (D thuộc đoạn BC). M là trung điểm AB . Đoạn AD cắt CM tại I . Tính diện tích tam giác ACI khi $AB = 5$ (cm); $AC = 5$ (cm); $BC = 7$ (cm).

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án: S =

**ĐỀ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 THCS
NĂM HỌC 2009 – 2010**

Môn thi: Giải toán bằng máy tính bỏ túi

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian phát đề).

Họ và tên:học sinh trường trung học cơ sở.....

Số báo danh:

Chú ý: 1 Thí sinh được sử dụng máy tính: fx 220, fx 500A, fx 500MS, fx 570MS, fx 500ES, fx 570 ES. Không được sử dụng máy tính có chức năng cao hơn.

2.Nếu không nói gì thêm, hãy tính chính xác đến 5 chữ số thập phân.

3.Chỉ ghi kết quả các bước làm, công thức, đáp án vào ô và không được có thêm kí hiệu gì khác.

Đề HHN#008: (Thang điểm 50).

Bài 1:(5 điểm) Tính giá trị của các biểu thức sau: (4 điểm)

$$A = \left(\frac{1}{11.13} + \frac{1}{13.15} + \dots + \frac{1}{19.21} \right) . 9,24 - [2,04 \div (10,01 + 1,05)] \div 0,12$$

Đáp án: $A \approx$

$$B = \frac{3.\sin^3 x + 4\tan x.\cot y + \cos^3 y}{2\cot^2 x + 3\cos^2 x.\sin^3 y + \tan^2 y.\cot\left(\frac{x}{3}\right)} \text{ biết } \begin{cases} 2\sin x + 3\cos y - 2,211 = 0 \\ 5\sin x - 7\cos y - 1,946 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \approx \\ y \approx \end{cases}$$

Đáp án: B ≈

$$C = \left[\left(\frac{\sqrt{x}-1}{3\sqrt{x}-1} - \frac{1}{3\sqrt{x}+1} + \frac{8\sqrt{x}}{9x-1} \right) \div \left(1 - \frac{3\sqrt{x}-2}{3\sqrt{x}+1} \right) \right] \left[\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{1}{1-\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}}{x-1} \right) (\sqrt{x}+1) \right]$$

khi $x = \sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}} + \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}}$

Đáp án: C ≈

$$D = \frac{\left(2^4 + \frac{1}{4}\right)\left(4^4 + \frac{1}{4}\right)\left(6^4 + \frac{1}{4}\right)\dots\left(2010^4 + \frac{1}{4}\right)}{\left(1^4 + \frac{1}{4}\right)\left(3^4 + \frac{1}{4}\right)\left(5^4 + \frac{1}{4}\right)\dots\left(2009^4 + \frac{1}{4}\right)}$$

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án:

Bài 2:(3 điểm)

2.1 Tìm x biết:

$$\frac{x \div \left(\frac{4}{5} \cdot 1,25\right) + \left(1,08 - \frac{2}{25}\right) \div \frac{4}{7}}{0,64 - \frac{1}{25} + \left(6\frac{5}{9} - 3\frac{1}{4}\right) \cdot 2\frac{2}{17}} + (1,2 \cdot 0,5) \div \frac{4}{5} = 2\frac{1}{3}$$

Đáp án: x =

2.2 Tìm nghiệm gần đúng của phương trình: $x - \sqrt{x-1} = 13$

Đáp án: x =

2.3 Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x + 5y + z = 34 \\ \frac{x}{6} = \frac{y}{3} = \frac{z}{18} \end{cases}$$

Đáp án: $\begin{cases} x = \\ y = \\ z = \end{cases}$

Bài 3:(2 điểm) Viết quy trình ấn phím tính giá trị của biểu thức sau và biểu diễn kết quả dưới dạng phân số.

$$D = \frac{2003}{3 + \frac{2}{5 + \frac{4}{7 + \frac{8}{9}}}}$$

Quy trình ấn phím

.....
.....
.....
.....
.....

Đáp án:

Bài 4:(5 điểm)

4.1 Tìm số dư trong phép chia:

$$7^{15} : 2010$$

Cách giải

.....
.....
.....
.....
.....

Đáp án:

4.2 Tìm số thập phân thứ 25^{2010} sau dấu phẩy của phép chia 2238 cho 1268.

Cách giải

.....
.....
.....

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Đáp án:

Bài 5:(4 điểm)

5.1 Tìm số tự nhiên nhỏ nhất có 10 chữ số biết rằng số đó khi chia cho 17 thì dư 2 và khi chia cho 29 thì dư 5.

Cách giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Đáp án:

5.2 Phân tích 252633033 ra thừa số nguyên tố.

Đáp án: 252633033 =

Bài 6:(3 điểm) Cho dãy số $a_{n+1} = \frac{5+a_n}{1+a_n}$ với $n \geq 1$ và $a_1 = 1$.

Lập quy trình ấn phím liên tục tính x_n .

Tính $a_5, a_{15}, a_{25}, a_{2010}$

Quy trình ấn phím

.....
.....
.....
.....
.....

Đáp án: $a_5 =$; $a_{15} =$; $a_{25} =$; $a_{2010} =$

Bài 7:(2,5 điểm) Cho 4 số nguyên nếu cộng ba số bất kì ta được các số là: 180, 197, 208, 222. Tính tổng của các số nguyên đó.

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án:

Bài 8:(4 điểm) Trình bày một phương pháp tính chính xác giá trị của:

$$A = 6513666754 \times 6513666297$$

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án:

$$B = 1 \times 1! + 2 \times 2! + 3 \times 3! + \dots + 16 \times 16!$$

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án:

Bài 9:(2 điểm) Cho hai đa thức: $P_{(x)} = x^4 + 5x^3 - 4x^2 + 3x + m$ và $Q_{(x)} = x^4 + 4x^3 - 3x^2 + 2x + n$

Tìm giá trị của m, n để các đa thức $P_{(x)}, Q_{(x)} \div (x - 2)$

Xét đa thức $R_{(x)} = P_{(x)} - Q_{(x)}$ với giá trị của m, n vừa tìm được. Chứng tỏ $R_{(x)}$ chỉ có một nghiệm duy nhất.

Cách giải

Đáp án: $m =$; $n =$

Bài 10:(4 điểm) Cho $Q = 17!$. Hãy tìm ước số lớn nhất của Q , biết ước số đó:

- a, Lập phương của một số tự nhiên.
- b, Bình phương của một số tự nhiên.

Cách giải

Đáp án: a, b,

Bài 11:(2 điểm) Cho phương trình: $x^3 + ax^2 + bx - 1 = 0$

Tìm a, b $\in \mathbb{Q}$ biết phương trình có nghiệm $x = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án: a = _____ ; b = _____

Bài 12:(2,5 điểm) Một đường tròn nội tiếp trong một hình vuông có cạnh bằng 2,0092010 sau đó nội tiếp trong hình tròn đó một hình vuông và quá trình đó cứ tiếp diễn như thế mãi. Nếu gọi S_n là tổng các diện tích của n hình tròn đầu tiên như thế. Tính S_{20} .

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án: $S_{20} =$ _____

Bài 13:(5 điểm) Bố bạn Quang tặng bạn ấy một máy tính trị giá 5 000 000 đồng bằng cách cho bạn ấy tiền hàng tháng với phương thức sau: Tháng đầu tiên bạn Bình nhận

Kinh nghiệm giải Toán trên máy tính Casio II

100 000 đồng, các tháng từ tháng thứ hai trở đi, mỗi tháng được số tiền hơn tháng trước 20 000 đồng.

a, Nếu chọn cách gửi tiết kiệm số tiền có được nhận hàng tháng với lãi suất

0,6%/tháng thì bạn Quang phải gửi bao nhiêu tháng mới đủ số tiền mua máy tính.

b, Nếu bạn Quang muốn có ngay máy tính để học bằng cách chọn phương thức mua trả góp hàng tháng bằng số tiền bố cho với lãi suất 0,7%/tháng thì bạn Quang phải trả góp bao nhiêu tháng mới hết nợ.

Cách giải

Đáp án: a,

b,

Bài 14:(3,5 điểm) Cho nửa đường tròn đường kính $AB = 2010$ (cm). Trên tia đối tia AB , lấy điểm P sao cho $\alpha = 1005$ (cm). Qua P vẽ cát tuyến PCD (C nằm giữa P và D) sao cho $CD = 1005\sqrt{2}$ (cm). Tính độ dài đoạn PC, PD, CA, AD, BD .

Cách giải

<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>

<p>Đáp án: PC = (cm); PD = (cm).</p> <p>CA = (cm); AD = (cm); BD = (cm).</p>

Bài 15:(3 điểm) Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O;R). Tia phân giác trong và ngoài của góc A cắt cạnh BC lần lượt tại D và E. Giả sử AD = AE.

Tính tổng $AB^2 + AC^2$ theo R.

Áp dụng tính khi R = 1,20102009 (cm)

<p style="text-align: center;">Cách giải</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>

<p>Đáp án: $S_{20} =$</p>

Bài 16:(2,5 điểm) Hình vuông ABCD có cạnh bằng 10 (cm) nội tiếp đường tròn tâm O. M là điểm trên cung BC sao cho góc $M\hat{A}B = 30^\circ$. Hãy tính góc $A\hat{O}M$ và diện tích tứ giác AOMB.

Cách giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án:

ĐÁP ÁN ĐỀ TỰ LUYỆN VÀ TỔNG HỢP

1.1 a, Áp dụng công thức:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\Rightarrow A = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 2009^2 + 2010^2 = \frac{2010(2010+1)(2 \cdot 2010+1)}{6} = 2708887385$$

Vậy A = 2708887385.

b, Áp dụng công thức

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

$$\Rightarrow B = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 2009^3 + 2010^3 = \frac{2010^2 \cdot (2010+1)^2}{4} = 4084663313025$$

Vậy B = 4084663313025.

Lưu ý: Khi tính $\frac{2010^2 \cdot (2010+1)^2}{4}$ thì kết quả tràn màn hình ($4,084663313 \times 10^{12}$). Đặc

điểm cần biết ở máy tính điện tử là nó vẫn tính chính xác ba chữ số ẩn đi, để hiện thị chúng ra bằng cách trừ đi một số.

Ví dụ trên: **Ans - 4,084 × 10¹² = (Kết quả: 663313025)**

c, Ta có:

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$\Rightarrow C = 1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - \dots + 2009^2 - 2010^2$$

$$= (1-2)(1+2) + (3-4)(3+4) + (5-6)(5+6) + \dots + (2009-2010)(2009+2010)$$

$$= -(1+2+3+4+5+6+\dots+2009+2010)$$

$$= -4042110$$

Vậy $C = -4042110$

d, Ta có: $D = 1 + 4 + 4^2 + 4^3 + \dots + 4^{15}$

$$\Rightarrow 4D = 4 + 4^2 + 4^3 + 4^4 + \dots + 4^{16}$$

$$\text{Nên: } 3D = 4D - D = 4 + 4^2 + 4^3 + 4^4 + \dots + 4^{16} - (1 + 4 + 4^2 + 4^3 + \dots + 4^{15}) = 4^{16} - 1$$

$$\Rightarrow D = \frac{4^{16} - 1}{3} = 1431655765$$

Vậy $D = 1431655765$.

e, Vì $n \times n! = (n+1-1) \times n! = (n+1)1 - n!$

$$E = (2! - 1!) + (3! - 2!) + (4! - 3!) + \dots + (17! - 16!)$$

$$E = 17! - 1$$

$$E = 355687428095999.$$

1.2 Ta có $A = 385$.

$$S = 2^2 + (2.2)^2 + \dots + (2.10)^2 = 4A = 4.385 = 1540$$

1.3 Cách 1: Ta có:

$$0,00(63) = \frac{63}{9900} \Rightarrow 1,36(63) = 1,36 + \frac{63}{9900}$$

$$\text{Ấn trên máy: } \mathbf{1,36 + 63 ab/c 9900} = (\text{Kết quả: } \frac{1503}{1100})$$

Vậy phân số sinh ra phân số tuần hoàn $1,36(63)$ là $\frac{1503}{1100}$

$$\text{Đặt: } A = 36,56(252) \Rightarrow 1000A = 36562,52(252)$$

$$\text{Nên: } 999A = 36562,52(252) - 36,56(252) = 36525,96$$

$$\Rightarrow A = \frac{3652596}{99900} = \frac{101461}{2775}$$

Vậy phân số sinh ra phân số tuần hoàn $36,56(252)$ là $\frac{101461}{2775}$

Cách 2: Ta có:

$$0,00(252) = \frac{252}{99900} = \frac{7}{2775} \Rightarrow 0,56(252) = 0,56 + \frac{7}{2775} = \frac{1561}{2775}$$

$$\Rightarrow 365,56(252) = 36 + \frac{1561}{2775} = \frac{36.2775 + 1561}{2775} = \frac{101461}{2775}$$

1.4 a, Ta có: $0,0(81) = \frac{81}{990}$

$\Rightarrow F = 0,4818181\dots = 0,4 + 0,0(81) = 0,4 + \frac{81}{990} = \frac{53}{110}$

Vậy khi F được viết dưới phân số tối giản thì tổng mẫu số và tử số cần tìm là $53 + 110 = 163$ đơn vị.

b, Ta có: $0,0(72) = \frac{72}{990}$

$\Rightarrow E = 0,4727272\dots = 0,4 + 0,0(72) = 0,4 + \frac{72}{990} = \frac{26}{55}$

Vậy khi E viết dưới dạng phân số tối giản thì mẫu số lớn hơn tử số là $55 - 26 = 29$ đơn vị.

1.5 Ta có:

$0,19981998 = \frac{1998}{9999}; 0,019981998 = \frac{1998}{99990}; 0,0019981998 = \frac{1998}{999900}$

$\Rightarrow M = \frac{2}{0,19981998\dots} + \frac{2}{0,019981998\dots} + \frac{2}{0,0019981998\dots} = \frac{2.9999}{1998} + \frac{2.99990}{1998} + \frac{2.999900}{1998} = 1111$

Vậy $M = 1111$.

1.6 a, Tính trên máy:

12578963×16475 được $2,072384154 \times 10^{11}$

Để biết 2 chữ số ẩn đi ta ấn: **Ans** – **2,072** × **10¹¹** được 38415425

Vậy số A cần tìm là 207238415425

b, Ta tách: $B = 4672093070 \times 430043 = (4672 \times 10^6 + 9307 \times 10) \times 430043$

Tính trên máy các giá trị:

$4672 \times 430043 = 2\ 009\ 160\ 896$

$9307 \times 430043 = 4\ 002\ 410\ 201$

Tính trên giấy: $2\ 009\ 160\ 896 \times 10^6 + 4\ 002\ 410\ 201 \times 10$

+ $2009160896\ 000000$

40024102010

2009200920102010

Vậy số B phải tìm là 2009200920102010.

c, Ta tách:

$C = 3333355555 \times 3333377777 = (33333 \times 10^5 + 55555) \times (33333 \times 10^5 + 77777)$

Tính trên máy các giá trị:

$33333 \times 33333 = 1\ 111\ 088\ 889$

$33333 \times 77777 = 2\ 592\ 540\ 741$

$55555 \times 33333 = 1\ 851\ 814\ 815$

Kinh nghiệm giải Toán trên máy tính Casio II

$$55555 \times 77777 = 4\,320\,901\,235$$

Tính trên giấy: $1\,111\,088\,889 \times 10^{10} + 2\,592\,540\,741 \times 10^5 + 1\,851\,814\,815 \times 10^5 + 4\,320\,901\,235$

$$11\,110\,888\,890\,000\,000\,000$$

$$259\,254\,074\,100\,000$$

$$185\,181\,481\,500\,000$$

$$4\,320\,901\,235$$

$$11\,111\,333\,329\,876\,501\,235$$

Vậy số C cần tìm là 11 111 333 329 876 501 235.

d, Phương pháp làm tương tự câu c ta có:

$$D = 4\,938\,419\,751\,604\,903\,704$$

e, Phương pháp làm tương tự câu c ta có:

$$E = 4\,938\,444\,443\,209\,829\,630$$

f, Phương pháp làm tương tự câu c ta có:

$$F = 4\,494\,811\,329\,665\,838\,090$$

g, Ta có: $G = 123456789^2 = (12345 \times 10^4 + 6789)^2 = 12345^2 \times 10^8 + 2 \times 12345 \times 10^4 \times 6789 + 6789^2$

Tính trên máy các giá trị:

$$12345^2 = 152\,399\,025$$

$$2 \times 12345 \cdot 6789 = 167\,620\,410$$

$$6789^2 = 46\,090\,521$$

Tính trên giấy: $152\,399\,025 \times 10^8 + 167\,620\,410 \times 10^4 + 46\,090\,521$

$$15\,239\,902\,500\,000\,000$$

$$1\,676\,204\,100\,000$$

$$46\,090\,521$$

$$15\,241\,578\,750\,190\,521$$

h, Phương pháp làm tương tự câu g ta có:

$$H = 4\,494\,790\,130\,865\,840\,100$$

i, Ta có: $I = 123456^3 = (123 \cdot 10^3 + 456)^3$

$$= 123^3 \times 10^9 + 3 \times 123^2 \times 10^6 \times 456 + 3 \times 123 \times 10^3 \times 456^2 + 456^3$$

Tính trên máy các giá trị:

$$123^3 = 1\,860\,867$$

$$3 \times 123^2 \times 456 = 20\,696\,472$$

$$3 \times 123 \times 456^2 = 76\,728\,384$$

$$456^2 = 207\,936$$

Tính trên giấy: $1\,860\,867 \times 10^9 + 20\,696\,472 \times 10^6 + 76\,728\,384 \times 10^3 + 207\,936$

$$\begin{array}{r} 1\ 860\ 867\ 000\ 000\ 000 \\ 20\ 696\ 472\ 000\ 000 \\ 76\ 728\ 384\ 000 \\ \hline 207\ 936 \end{array}$$

$$1\ 881\ 640\ 295\ 202\ 816$$

k, Phương pháp làm tương tự câu i ta có:

$$K = 1119909991289361111$$

1.7 a, Ta có:

$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \text{ với } n \in \mathbb{N}$$

Áp dụng vào biểu thức ta được:

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{123456.123457} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{123456} - \frac{1}{123457} \\ &= 1 - \frac{1}{123457} = \frac{123455}{123457} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } A = \frac{123455}{123457}$$

b, Ta có:

$$\frac{2}{n(n+2)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \text{ với } n \in \mathbb{N}.$$

Áp dụng vào biểu thức ta được:

$$\begin{aligned} B &= \frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + \dots + \frac{2}{2009.2011} = \frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{2009} - \frac{1}{2011} \\ &= 1 - \frac{1}{2011} = \frac{2010}{2011} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } B = \frac{2010}{2011}$$

c, Ta có:

$$\frac{2}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n(n+1)} - \frac{1}{(n+1)(n+2)}$$

Ta lại có:

$$\begin{aligned} 2C &= \frac{2}{1.2.3} + \frac{2}{2.3.4} + \frac{2}{3.4.5} + \dots + \frac{2}{2008.2009.2010} \\ &= \frac{1}{1.2} - \frac{1}{2.3} + \frac{1}{2.3} - \frac{1}{3.4} + \frac{1}{3.4} - \frac{1}{4.5} + \dots + \frac{1}{2008.2009} - \frac{1}{2009.2010} \\ &= \frac{1}{1.2} - \frac{1}{2009.2010} = \frac{2019044}{4038090} \\ \Rightarrow C &= \frac{2019044}{4038090 \times 2} = \frac{1009522}{4038090} \end{aligned}$$

Vậy $C = \frac{1009522}{4038090}$

d, Ta có:

$$D = \left(\frac{1}{9} - 1\right) \left(\frac{1}{10} - 1\right) \dots \left(\frac{1}{2009} - 1\right) \left(\frac{1}{2010} - 1\right)$$

$$= \frac{1-9}{9} \cdot \frac{1-10}{10} \cdot \frac{1-11}{11} \dots \frac{1-2009}{2009} \cdot \frac{1-2010}{2010}$$

$$= \frac{-8}{9} \cdot \frac{-9}{10} \cdot \frac{-10}{11} \dots \frac{-2008}{2009} \cdot \frac{-2009}{2010}$$

$$= \frac{8}{9} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{10}{11} \dots \frac{2008}{2009} \cdot \frac{2009}{2010} = \frac{8}{2010} = \frac{4}{1005}$$

Vậy $D = \frac{4}{1005}$

e, Ta có:

$$E = \frac{1^2}{1.3} + \frac{2^2}{3.5} + \frac{3^2}{5.7} + \dots + \frac{1004^2}{2007.2009} + \frac{1005^2}{2009.2011}$$

$$E = \frac{1}{2} \left(\frac{1^2}{1} - \frac{1^2}{3} + \frac{2^2}{3} - \frac{2^2}{5} + \frac{3^2}{5} - \frac{3^2}{7} \dots + \frac{1005^2}{2009} - \frac{1005^2}{2011} \right)$$

$$E = \frac{1}{2} \left[\frac{1^2}{1} + \left(\frac{2^2 - 1^2}{3} \right) + \left(\frac{3^2 - 2^2}{5} \right) + \dots + \left(\frac{1005^2 - 1004^2}{2009} \right) - \frac{1005^2}{2011} \right]$$

$$E = \frac{1}{2} \left[1 + \left(\frac{2009-3}{2} + 1 \right) - \frac{1005^2}{2011} \right] = \frac{1}{2} \left(1005 + \frac{1005^2}{2011} \right) = \frac{1}{2} \left(1507 + \frac{503}{2011} \right)$$

$$E = 753 + 0,5 + \frac{503}{2011.2} = 753 + \frac{1257}{2011} = \frac{753.2011 + 1257}{2011} = \frac{1515540}{2011}$$

f, Ta xây dựng quy trình ấn phím:

alpha M alpha = alpha M + 1 alpha : alpha A alpha = alpha A + alpha M ab/c 3 ^
alpha N CALC

Máy hỏi M? **0 =**

Máy hỏi A? **0 =** (Giá trị F khi n = M).

====

Khi n = 15 $\Rightarrow F \approx 0,749999425$

1.8 Ta có:

$$\frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}} = \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{(\sqrt{n} + \sqrt{n+1})(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})} = \sqrt{n+1} - \sqrt{n} \text{ với } n \in \mathbb{N}.$$

Áp dụng vào biểu thức ta được:

$$B = \frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}} = \sqrt{2} - \sqrt{1} + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \dots + \sqrt{n+1} - \sqrt{n} = \sqrt{n+1} - 1$$

Khi n = 2010 thì $B = \sqrt{2010+1} - 1 = \sqrt{2011} - 1 \approx 43,84417465$

1.9 a, Ta gán: 2008,2009 shift STO X

Tính giá trị của A nhấn: $(\alpha A^4 + \alpha A^8 + \alpha A^{12} + \alpha A^{16} + \alpha A^{20} + 1) ab/c (\alpha A^2 + \alpha A^6 + \alpha A^{10} + \alpha A^{14} + \alpha A^{18} + \alpha A^{22}) =$ (Kết quả: $2,479623167 \times 10^{-7}$).

Vậy giá trị của A = $2,479623167 \times 10^{-7}$

b, Cách làm tương tự a.

$$B = 6,99536565$$

c, Cách làm tương tự a.

$$C = 3,9793188$$

d, Cách làm tương tự a.

$$D = -\frac{253}{223}$$

1.10 Ta được:

$$A = 0,13358$$

$$B = 1,1$$

1.11 Ta được:

$$P = 8,641975309 \cdot 10^{18}$$

12. Ta có:

$$Q = \frac{2\sqrt{1 + \frac{1}{4}\left(\sqrt{\frac{1}{x}} - \sqrt{x}\right)^2}}{\sqrt{1 + \frac{1}{4}\left(\sqrt{\frac{1}{x}} - \sqrt{x}\right)^2} - \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{1}{x}} - \sqrt{x}\right)} = \frac{2\sqrt{1 + \frac{1}{4}\left(\frac{1}{x} - 2 + x\right)}}{\sqrt{1 + \frac{1}{4}\left(\frac{1}{x} - 2 + x\right)} - \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{1}{x}} - \sqrt{x}\right)}$$

$$= \frac{\sqrt{\left(\sqrt{\frac{1}{x}} - \sqrt{x}\right)^2}}{\frac{1}{2}\sqrt{\left(\sqrt{\frac{1}{x}} + \sqrt{x}\right)^2} - \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{1}{x}} - \sqrt{x}\right)} = \frac{1+x}{x} = 1 + \frac{1}{x}$$

$$\text{Khi } x = 3,6874496 \text{ thì } Q = 1 + \frac{1}{3,6874496} \approx 1,271190147$$

Vậy giá trị của Q khi x = 3,6874496 là 1,271190147

1.13 a, Ta có:

$$357 \frac{1}{579} \cdot 579 \frac{1}{357} = \left(357 + \frac{1}{579}\right) \left(579 + \frac{1}{357}\right)$$

$$= 357 \times 579 + 357 \times \frac{1}{357} + 579 \times \frac{1}{579} + \frac{1}{579} \times \frac{1}{357}$$

$$= 206705 + \frac{1}{206703} = 206705 \frac{1}{206703}$$

Vậy hỗn số cần tìm là $206705 \frac{1}{206703}$

b, Ta có:

$$403,405292 \div 0,403809 + 408250,999 \div 403,809$$

$$403,405292 \div 0,403809 = \frac{403405292}{403809} = 999 \frac{101}{403809}$$

$$408250,999 \div 403,809 = \frac{408250999}{403809} = 1011 \frac{100}{403809}$$

$$\Rightarrow 403,405292 \div 0,403809 + 408250,999 \div 403,809 = 999 \frac{101}{403809} + 1011 \frac{100}{403809}$$

$$= 2010 + \left(\frac{101}{403809} + \frac{100}{403809} \right) = 2010 \frac{1}{2009}$$

Vậy hỗn số cần tìm là $2010 \frac{1}{2009}$

1.14 a, Ta có:

$$\frac{7}{n(n+7)} = \frac{1}{n} - \frac{2}{n+7} \text{ với } n \in \mathbb{N}.$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2.9} + \frac{1}{9.16} + \frac{1}{16.23} + \dots + \frac{1}{65.72} = \frac{1}{7} \left(\frac{7}{2.9} + \frac{7}{9.16} + \frac{7}{16.23} + \dots + \frac{7}{65.72} \right)$$

$$= \frac{1}{7} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{16} + \frac{1}{16} - \frac{1}{23} + \dots + \frac{1}{65} - \frac{1}{72} \right)$$

$$= \frac{1}{7} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{72} \right) = \frac{5}{72}$$

$$\Rightarrow A = 49 \left(\frac{1}{2.9} + \frac{1}{9.16} + \frac{1}{16.23} + \dots + \frac{1}{65.72} \right) \div \left(\frac{1}{3} - \frac{7}{36} \right)$$

$$= 49 \cdot \frac{5}{72} \div \left(\frac{1}{3} - \frac{7}{36} \right) = \frac{49}{2}$$

Vậy số nghịch đảo của A là $\frac{2}{49}$

b, Ta có:

$$0,3(4) = 0,3 + \frac{4}{90} = \frac{31}{90}; 1,(62) = 1 + \frac{62}{99} = \frac{161}{99}; 0,8(5) = 0,8 + \frac{5}{90} = \frac{77}{90}$$

$$\Rightarrow B = 0,3(4) + 1,(62) \div 14 \frac{7}{11} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \div \frac{90}{0,8(5)} \div \frac{90}{11}$$

$$= \frac{31}{90} + \frac{161}{99} \div 14 \frac{7}{11} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \div \frac{90}{\frac{77}{90}} \div \frac{90}{11} = \frac{106}{315}$$

Vậy số nghịch đảo của B là $\frac{315}{106}$

2.1.1 Ta có: $\alpha = \sin^{-1} 0,3456 = 20^{\circ}13'6,33''$

$\Rightarrow M = 0,05735271223$

2.1.2 Ta có: $x = \sin^{-1} \frac{4}{5} = 53^{\circ}7'48,37''$

$\Rightarrow A = 5,469935442$

2.1.3 Ta có: $x = \cos^{-1} 0,7651 = 40^{\circ}5'2,8''$

$\Rightarrow A = -1,425422144$

2.1.4 Ta có: $\alpha = \tan^{-1} \frac{15}{8} = 61^{\circ}55'39,05''$

$\Rightarrow A = 0,2793431288$

2.1.5 Ta có: $\alpha = \cos^{-1} \sqrt{0,5678} = 41^{\circ}6'12,03''$

$\Rightarrow N = 0,2807499116$

2.2 Ta có: $\tan \alpha = \tan 35^{\circ} \cdot \tan 36^{\circ} \cdot \tan 37^{\circ} \dots \tan 52^{\circ} \cdot \tan 53^{\circ}$

$= \tan 35^{\circ} \cdot \tan 36^{\circ} \cdot (\tan 37^{\circ} \cdot \cot 37^{\circ}) \cdot (\tan 38^{\circ} \cdot \cot 38^{\circ}) \dots \tan 45^{\circ}$

$= \tan 35^{\circ} \cdot \tan 36^{\circ} = 0,508730549 \Rightarrow \alpha = 26^{\circ}57'49,79''$

$\Rightarrow M = 4,654818388$

2.3.1 Gán giá trị α, β vào biến A và B.

25 °°° 30 °°° shift STO A

57 °°° 30 °°° shift STO B

$\Rightarrow M = 1,7548$

2.3.2 Giá trị vủa biểu thức là $\frac{73}{2}$

2.4 a, Giải phương trình bậc hai ta được:

$$\left[\begin{array}{l} \sin x = 0,219634023 \text{ (nhân)} \\ \sin x = -3,219624023 \text{ (loại)} \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \sin x = 0,219634023 \text{ (nhân)} \\ \sin x = -3,219624023 \text{ (loại)} \end{array} \right.$$

$\Rightarrow x = 12,68753532$

b, Giải phương trình bậc ba ta được:

$$\left[\begin{array}{l} \cos x = 1 \\ \cos x = -1 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 180 \end{array} \right.$$

Vậy $x = 0; x = 180$ là 2 nghiệm của phương trình.

c, Ta có:

$$\frac{\sin x + 4}{4 - \sin x} = \frac{\sin x}{4} \Leftrightarrow 4 \sin x + 16 = 4 \sin x - \sin^2 x \Leftrightarrow \sin^2 x = -16$$

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

d, Ta có: $\frac{\tan x}{\cot x} = \frac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} \Leftrightarrow \tan^2 x = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow x \approx 37,22886589$

3.1 Quy trình ấn phím trên máy loại MS là:

Tính $\frac{3}{1 + \frac{12}{1 + \frac{1}{17 + \frac{12}{2009}}}}$ ấn: **17 + 12 ab/c 2009 = x⁻¹ + 1 = x⁻¹ × 12 + 1 = x⁻¹ × 3 shift STO**

X Kết quả: 0,2432388816)

Tính $\frac{1}{23 + \frac{5}{3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{2010}}}}$ ấn: **7 + 1 ab/c 2010 = x⁻¹ + 3 = x⁻¹ × 5 + 23 = x⁻¹ shift STO Y**

(Kết quả: 0,04066542588)

Giá trị A: **17 + alpha X + alpha Y =** (Kết quả: 4,1728390431)

Vậy giá trị A cần tính là 4,1728390431

3.2 Giá trị $A = \frac{1360}{157}; B = \frac{700}{1807}$

3.3 Liên phân thức $\frac{329}{1051}$ ấn:

329 ab/c 1051 = x⁻¹ - 3 = x⁻¹ - 5 = x⁻¹ (Kết quả: 7,11111...) $\Rightarrow a = 7$

Tính b ấn tiếp: **- 7** (Kết quả: $\frac{1}{9}$) = B = 9.

Vậy giá trị a, b phải tìm lần lượt là 7, 9

D3.4 Tính $\frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}}}}$ = $\frac{30}{43}$ **shift STO A** và $\frac{1}{4 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}}$ = $\frac{17}{73}$ **shift STO B**

(Phương trình) $\Leftrightarrow 4 + A.x = B.x$

$\Leftrightarrow x = \frac{4}{B-A} = \frac{4}{\frac{17}{73} - \frac{30}{43}} = \frac{37}{15}$

Vậy nghiệm của phương trình là: $x = \frac{37}{15}$

4.1 a, Ta có: $U_0 = 0; U_1 = 1; U_2 = 5; U_3 = 16$

Gọi công thức truy hồi là: $U_{n+1} = aU_n + bU_{n-1}$

Nếu n = 1, ta có: $U_2 = aU_1 + bU_0 \Leftrightarrow 5 = a.1 + b.0 \Rightarrow a = 5$

Nếu n = 2, ta có: $U_3 = aU_2 + bU_1 \Leftrightarrow 16 = 5.5 + b.1 \Rightarrow b = -9$

Vậy công thức truy hồi của dãy là: $U_{n+1} = 5.U_n - 9.U_{n-1}$

b, Quy trình ấn phím liên tục trên máy fx 570 là: **alpha M alpha = alpha M + 1 alpha : alpha C alpha = 5 alpha B - 9 alpha A alpha : alpha A alpha = alpha B alpha : alpha B alpha = alpha C CALC**

Máy hỏi M? **1 =**

Máy hỏi B? **1 =** (Tức là U_1)

Máy hỏi A? **0 =** (Tức là U_0)

=====

M là biến đếm giá trị của n.

4.2 a, Quy trình ấn phím trên máy loại fx 570 là: alpha M alpha = alpha M + 1 alpha : alpha C alpha = 10 alpha B - alpha A alpha : alpha A alpha = alpha B alpha : alpha B alpha = alpha C CALC

Máy hỏi M? **1 =**

Máy hỏi B? **1 =** (Tức là U_1)

Máy hỏi A? **0 =** (Tức là U_0)

=====

M là biến đếm giá trị của n.

b, Gọi công thức tổng quát của dãy U_n là $aU_n = b^n + c^n + d$.

Với $n = 0$ thì $a.2 = 1 + 1 + d \Leftrightarrow a = 1 + 0,5d$

Với $n = 1$ thì $a.10 = b + c + d \Leftrightarrow d = \frac{b+c-10}{4}$

Với $n = 2$ thì $a.98 = b^2 + c^2 + d \Leftrightarrow \left(1 + 0,5 \cdot \frac{b+c-10}{4}\right) \cdot 98 = b^2 + c^2 + \frac{b+c-10}{4}$

\Leftrightarrow

4.3 a, Chứng minh công thức:

Đặt: $a = 3 + 2\sqrt{5}$; $b = 3 - 2\sqrt{5}$. Khi ấy $a + b = 6$; $ab = -11$.

Và $U_n = (3 + 2\sqrt{5})^n + (3 - 2\sqrt{5})^n = a^n + b^n$

Ta lại có:

$$a^{n+2} + b^{n+2} = (a^{n+1} + b^{n+1})(a + b) - ab^{n+1} - ba^{n+1} = (a^{n+1} + b^{n+1})(a + b) - ab(a^n + b^n) = 6(a^{n+1} + b^{n+1}) - (-11)(a^n + b^n)$$

$$\text{Nên } U_{n+2} = a^{n+2} + b^{n+2} = 6(a^{n+1} + b^{n+1}) - 11(a^n + b^n) = 6U_{n+1} + 11U_n$$

\Rightarrow Điều phải chứng minh.

b, Ta có: $U_9 = (3 + 2\sqrt{5})^9 + (3 - 2\sqrt{5})^9 = 72611046$; $U_{10} = (3 + 2\sqrt{5})^{10} + (3 - 2\sqrt{5})^{10} = 542559898$

4.4 a, Ta có: $a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{98} \Leftrightarrow a_{n+1} = 98a_n - a_{n-1}$

Quy trình ấn phím trên máy fx 570MS là: **alpha C alpha = 98 alpha B - alpha A alpha : alpha M alpha = alpha M + 1 alpha : alpha X alpha = alpha B alpha : alpha**

Y alpha = \sqrt{x} ((alpha B + 1) ab/c 6) alpha : alpha A alpha = alpha B alpha : alpha B alpha = alpha C CALC

Máy hỏi B: **5** = (tức là a_2).

Máy hỏi A? **5** = (tức là a_1).

Máy hỏi M? **0** = (biến đếm giá trị n)

===== =

X là giá trị của a tại M; Y là giá trị của A tại M.

b, Ta có bảng giá trị sau:

n	1	2	3	4	5	6	7
a_n	5	485	47525	4656965	456335045	$4,471617745 \times 10^{10}$	$4,381729055 \times 10^{12}$
A_n	1	9	89	881	8721	86329	854569

4.5 a, Quy trình ấn phím là: **1** = (Ghi nhớ giá trị a_1 vào Ans).

(5 + Ans) ÷ (1 + Ans)

===== =

Mỗi dấu “=” tương ứng với giá trị tiếp theo của dãy bắt đầu từ a_2 .

b, Bảng giá trị:

a_4	a_5	a_{25}	a_{2009}	a_{2010}
$\frac{7}{3}$	$\frac{11}{5}$	2,236067977	2,236067977	2,236067977

4.6 a, Quy trình ấn phím trên máy loại 570 như sau: **alpha M alpha = alpha M + 1**

alpha : alpha C alpha = alpha B + alpha A alpha : alpha M alpha = alpha M + 1

alpha : alpha A alpha = alpha C alpha + alpha B alpha : alpha M alpha = alpha M + 1 alpha : alpha B alpha = alpha A + alpha C CALC

Máy hỏi M? **2** =

Máy hỏi B? **233** =

Máy hỏi A? **144** =

===== =

M là biến đếm n.

Bảng giá trị:

U_{12}	U_{37}	U_{38}	U_{39}
28657	4807526976	7778742049	12586269025

b, Để tìm số hạng (Search) ta cũng sử dụng vòng lặp CALC, quy trình ấn phím trên máy fx 570 như sau: **alpha C alpha = alpha B + alpha A alpha : alpha M alpha = alpha M + 1 alpha : alpha X alpha = alpha A - alpha M - 9696 ÷ alpha M x² alpha : alpha A alpha = alpha B alpha : alpha B alpha = alpha C CALC**

Máy hỏi B? **233 =**

Máy hỏi A? **144 =**

Máy hỏi M? **0 =**

=====

A là giá trị của U tại M. Nếu giá trị X bằng 0 thì số hạng nhỏ nhất thỏa mãn đề bài là A.

Vậy số hạng nhỏ nhất trong các số hạng của dãy thỏa đề bài là 610.

4.7 Ta có: $u_3 = (2n+1)c - (n^2 - 1) = 7c - 8$

$u_4 = (2n+1)c - (n^2 - 1) = 9c - 15$

$u_5 = (2n+1)c - (n^2 - 1) = 11c - 24$

Ta lại có tính chất: u_j chia hết cho u_i với mọi $i \leq j \leq 5$ nên

$$\begin{cases} u_3 : u_2 \\ u_4 : u_2 \\ u_5 : u_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (7c-8):c \\ (9c-15):c \\ (11c-24):c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8:c \\ 15:c \\ 24:c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8:c \\ 15:c \end{cases} \text{ Mà } (8,15) = 1 \text{ \{ 'Tức là 2 số nguyên tố cùng nhau' \}}$$

$\Rightarrow c = \pm 1.$

Thử lại với $c = 1$ thì thỏa mãn các giá trị.

Với $c = -1$ thì u_4 không chia hết cho u_3 loại giá trị này.

Vậy số c phải tìm là 1.

5.1 a, $\frac{15,2,0,25 - 48,51 \div 14,7}{\left(\frac{13}{44} - \frac{2}{11} - \frac{5}{66} \div \frac{5}{2}\right) \div \frac{5}{6}} = \frac{x}{3,2 + 0,8 \cdot \left(5\frac{1}{2} - 3,25\right)} \Leftrightarrow 5 = \frac{x}{5} \Leftrightarrow x = 25$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 25.$

b, Ta có:

$$\left[\frac{\left(x - 4\frac{1}{2}\right) \div 0,003}{\left(3\frac{1}{20} - 2,65\right) \cdot 4 \div \frac{1}{5}} - \frac{\left(0,3 - \frac{3}{20}\right) \cdot 1\frac{1}{2}}{\left(1,88 + 2\frac{3}{25}\right) \cdot \frac{1}{8}} \right] \div 62\frac{1}{20} + 17,81 \div 0,0137 = 1301$$

$$\Leftrightarrow \left[\frac{\left(x - 4\frac{1}{2}\right) \div 0,003}{8} - \frac{9}{20} \right] \div 62\frac{1}{20} = 1 \Leftrightarrow \left(x - 4\frac{1}{2}\right) \div 0,003 = 500$$

$\Leftrightarrow x = 6$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 6.$

5.2 Ta có:

$$\left(\frac{1}{21 \times 22} + \frac{1}{22 \times 23} + \frac{1}{23 \times 24} + \dots + \frac{1}{39 \cdot 40}\right) \times 140 + 1,08 \div [0,3 \times (x-1)] = 11$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{21} - \frac{1}{22} + \frac{1}{22} - \frac{1}{23} + \frac{1}{23} - \frac{1}{24} + \dots + \frac{1}{39} - \frac{1}{40} \right) \times 140 + 1,08 \div [0,3 \times (x-1)] = 11$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{21} - \frac{1}{40} \right) \times 140 + 1,08 \div [0,3 \times (x-1)] = 11$$

$$\Leftrightarrow 1,08 \div [0,3 \times (x-1)] = \frac{47}{6}$$

$$\Leftrightarrow 0,3(x-1) = \frac{162}{1175} \Leftrightarrow x = \frac{343}{235}$$

Vậy giá trị x cần tìm là 1,4596

5.3 Ta có:

$$\frac{4}{\left(2 + \frac{2}{1 + \frac{4}{5}} \right) x - \left(1 + \frac{4}{2 + \frac{1}{1 + \frac{7}{8}}} \right)} + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}}} = 4 + \frac{2}{1 + \frac{8}{9}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{\left(2 + \frac{2}{1 + \frac{4}{5}} \right) x - \left(1 + \frac{4}{2 + \frac{1}{1 + \frac{7}{8}}} \right)} = \frac{2359}{510} \Leftrightarrow \left(2 + \frac{2}{1 + \frac{4}{5}} \right) x - \left(1 + \frac{4}{2 + \frac{1}{1 + \frac{7}{8}}} \right) = \frac{2040}{2359}$$

$$\Leftrightarrow \frac{28}{9}x - \frac{49}{19} = \frac{2040}{2359} \Leftrightarrow \frac{28}{9}x = \frac{2359 \times 49 + 2040 \times 19}{19 \times 2359} = \frac{154351}{44821}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{154351}{44821} \div \frac{28}{9} = \frac{1389159}{1254988} = 1 \frac{134471}{1254988}$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 1 \frac{134471}{1254988}$

5.4 Ta có:

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = 1,125 \\ x^2 - y^2 = 2,456 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1,125y \\ (1,125y)^2 - y^2 = 2,456 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 9,259670588 \\ y = -9,259670588 \text{ (loại)} \\ x = 10,41712941 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $x = 10,41712941$, $y = 9,259670588$

5.5 Ta có:

$$\begin{cases} (x+y)(y+z)=187(1) \\ (y+z)(z+x)=154(2) \\ (z+x)(x+y)=238(3) \end{cases}$$

Lấy (1)×(2)×(3) ta được:

$$(x+y)(y+z)(x+z)=2618 \quad (*)$$

Chia phương trình (*) cho 3 phương trình trong hệ ta được:

$$\begin{cases} x+z=14 \\ x+y=17 \\ y+z=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=10 \\ y=7 \\ z=4 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $\begin{cases} x=10 \\ y=7 \\ z=4 \end{cases}$.

5.6 Theo đề bài ta có:

$$\begin{cases} \frac{x}{5} = \frac{y}{3} \\ \frac{y}{3} = \frac{z}{7} \\ 3x+2y-5z=10,24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-5y=0 \\ 7y-3z=0 \\ 3x+2y-5z=10,24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{128}{35} \\ y = -\frac{384}{175} \\ z = -\frac{128}{25} \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $\begin{cases} x = -\frac{128}{35} \\ y = -\frac{384}{175} \\ z = -\frac{128}{25} \end{cases}$

5.7 Theo đề bài ta có:

$$\begin{cases} 2.1^3 + m.1^2 + n.1 + 12 = 0 \\ 2.(-2)^3 + m(-2)^2 + n(-2) + 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+n = -14 \\ 4m-2n = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -4 \\ n = -10 \end{cases}$$

(Phương trình) $\Leftrightarrow 2x^3 - 4x^2 - 10x + 12 = 0$

Nghiệm còn lại của phương trình là $x_3 = 3$

Vậy giá trị $m = -4$; $n = -10$ và nghiệm còn lại là $x = 3$.

5.8 a, Sử dụng chương trình tìm nghiệm SOLVE, ấn phím như sau:

Alpha X - \sqrt{x} alpha X alpha = 1 shift SOLVE = (Kết quả: 2,681033989)

Vậy một nghiệm gần đúng của phương trình là $x = 2,681033989$.

b, Sử dụng chương trình tìm nghiệm SOLVE, ấn phím như sau:

4 ^ alpha X + 5 ^ alpha X alpha = 6 ^ alpha X shift SLOVE = (Kết quả: 2,4879391763)

Vậy một nghiệm gần đúng của phương trình là $x = 2,4879391763$

5.9 Cách 1: Ta có:

$$\begin{aligned} \sqrt{(5-2\sqrt{6})^x} + \sqrt{(5+2\sqrt{6})^x} &= 10 \\ \Leftrightarrow (5-2\sqrt{6})^x + (5+2\sqrt{6})^x + 2\sqrt{(5-2\sqrt{6})^x(5+2\sqrt{6})^x} &= 100 \\ \Leftrightarrow (5-2\sqrt{6})^x + (5+2\sqrt{6})^x &= 98 \end{aligned}$$

Sử dụng chương trình tìm nghiệm SLOVE được 2 nghiệm là $x = \pm 2$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = \pm 2$.

Cách 2: Đặt $5-2\sqrt{6}=a; 5+2\sqrt{6}=b$. Ta có:

$$\begin{cases} a+b=10 \\ \sqrt{a^x} + \sqrt{b^x} = 10 \end{cases} \Rightarrow a+b = \sqrt{a^x} + \sqrt{b^x}$$

Nên:
$$\begin{cases} a = \sqrt{a^x} \\ b = \sqrt{b^x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-2 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = \pm 2$.

5.10 Đặt $b\sqrt{1-x}=c$, ta có:

$$\begin{aligned} \sqrt{a+b\sqrt{1-x}} &= 1 + \sqrt{a-b\sqrt{1-x}} \Rightarrow \sqrt{a+c} = 1 + \sqrt{a-c} \\ \Leftrightarrow \sqrt{a+c} - \sqrt{a-c} &= 1(*) \Leftrightarrow 2a - 2\sqrt{a^2 - c^2} = 1 \\ \Leftrightarrow \left(\frac{2a-1}{2}\right)^2 &= a^2 - c^2 \Leftrightarrow a^2 - a + \frac{1}{4} = a^2 - c^2 \\ \Leftrightarrow c &= \sqrt{a - \frac{1}{4}} \Rightarrow x = 1 - \frac{4a-1}{4b^2} \end{aligned}$$

Vậy giá trị $x = 1 - \frac{4a-1}{4b^2}$.

Khi $a = 250204$, $b = 260204$ thì giá trị của $x = 1 - \frac{4.250204-1}{4.260204^2} \approx 0,0384323453$

5.11 Ta có:

$$\begin{aligned} \sqrt{x+178408259-26614\sqrt{x+1332010}} + \sqrt{x+178381646-26612\sqrt{x+1332010}} &= 1 \\ \Leftrightarrow \left| \sqrt{x+1332010} - 13307 \right| + \left| \sqrt{x+1332010} - 13306 \right| &= 1 \end{aligned}$$

Lập bảng xét dấu:

x	175717626	175744239
$\sqrt{x+1332010}-13307$	$-\sqrt{x+1332010}+13307$	$-\sqrt{x+1332010}+13307$ 0 $\sqrt{x+1332010}-13307$
$\sqrt{x+1332010}-13306$	$-\sqrt{x+1332010}+13306$ 0 $\sqrt{x+1332010}-13306$	$\sqrt{x+1332010}-13306$
Vế trái	$-2\sqrt{x+1332010}+26613$	1 $2\sqrt{x+1332010}-26613$

Xét $x \leq 175717626$, ta có:

$$(Pt) \Leftrightarrow -2\sqrt{x+1332010}+26613=1$$

$$x=175717626 \text{ (thoã).}$$

Xét $x \geq 175744239$, ta có:

$$(Pt) \Leftrightarrow 2\sqrt{x+1332010}-26613=1$$

$$x=175744239 \text{ (thoã).}$$

Vậy nghiệm của phương trình là: $175717626 \leq x \leq 175744239$

5.12 a, Quy trình ấn phím là:

$$\text{Tính } \Delta: \mathbf{5,125 x^2 - 4 \times 2,145 \times (-) 7,456} = \text{(Kết quả: 90,238105)}$$

$$\text{Tìm nghiệm thứ nhất: } \mathbf{(-) 5,125 - \sqrt{x} \text{ Ans}} \div \mathbf{(2 \times 2,145)} = (x_1 = -3,408944971)$$

$$\text{Tìm nghiệm thứ hai: } \mathbf{(-) 5,125 \div 2,145 - \text{Ans}} = (x_2 = 1,019667582) \left\{ 'x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}' \right\}$$

$$\text{b, Ta có: } \frac{1}{x_1^2 + x_2^2} = \frac{1}{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2} = \frac{1}{\left(-\frac{5,125}{2,145}\right)^2 - 2 \cdot \frac{-7,456}{2,145}} = 0,07898502477$$

Tương tự:

$$\frac{1}{x_1^3 + x_2^3} = \frac{1}{(x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2)} = \frac{1}{\left(-\frac{5,125}{2,145}\right)^3 - 3 \cdot \left(-\frac{7,456}{2,145}\right) \left(-\frac{5,125}{2,145}\right)} = -0,02593706892$$

5.13 a, Phương trình có một nghiệm bằng 2 nên:

$$3,62 \cdot 2^3 - 1,74 \cdot 2^2 - 1,65 \cdot 2 + m = 0$$

$$\Rightarrow m = -18,7$$

Vậy $m = -18,7$

$$\text{b, Với giá trị } m \text{ tìm được thì } (pt) \Leftrightarrow 3,62x^3 - 1,74x^2 - 1,65x - 18,7 = 0$$

Dùng chương trình cài sẵn trong máy tìm nghiệm cho kết quả là chỉ có 1 nghiệm trên tập số thực là $x = 2$.

Vậy các nghiệm còn lại không tồn tại trên tập số thực.

5.14 Ta có:

$$x^3 - y^2 = xy \Leftrightarrow y^2 + xy + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = x^3 + \left(\frac{x}{2}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \left(y + \frac{x}{2}\right)^2 = x^3 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 \Leftrightarrow y + \frac{x}{2} = \sqrt{x^3 + \left(\frac{x}{2}\right)^2}$$

$$\Rightarrow y = \sqrt{x^3 + \left(\frac{x}{2}\right)^2} - \frac{x}{2}$$

Do x, y là những số tự nhiên và x là số tự nhiên nhỏ nhất có 3 chữ số nên ta thay lần lượt giá trị x bằng 100 tăng dần 1 đơn vị. Sử dụng vòng lặp kiểm tra giá trị y , quy trình ấn phím như sau:

Alpha X alpha = alpha X + 1 alpha : alpha Y alpha = \sqrt{x} (alpha X ^ 3 + (alpha X ab/c 2) x²) – alpha X ab/c 2 CALC

Máy hỏi X? **99** = (Kiểm tra từ giá trị x = 100)

==== =

Khi x = 110 thì y = 1100 thỏa mãn đề bài.

Vậy cặp giá trị (x,y) thỏa mãn đề bài là (110;1100).

5.15 Ta có:

$$\sqrt[3]{156x^2 + 807} + (12x)^2 = 20y^2 + 52x + 59$$

$$\Leftrightarrow y = \sqrt{\frac{\sqrt[3]{156x^2 + 807} + (12x)^2 - 52x - 59}{20}}$$

Do x, y là những số tự nhiên và x là số tự nhiên nhỏ nhất nên ta thay lần lượt giá trị x bằng 1 tăng dần 1 đơn vị. Sử dụng vòng lặp kiểm tra giá trị y, quy trình ấn phím trên máy 570 như sau:

Alpha X alpha = alpha X + 1 alpha : alpha y alpha = \sqrt{x} ((shift $\sqrt[3]{x}$ (156 × alpha X x² + 807) + (12 × alpha X) x² – 52 × alpha X – 59) ab/c 20) CALC

Máy hỏi X? **0** = (Kiểm tra từ giá trị x = 1)

==== =

Khi x = 11 thì y = 29 thỏa mãn đề bài.

Vậy cặp số (x,y) thỏa mãn đề bài là (11,29).

5.16 Điều kiện: $x, y \in \mathbb{N}; x, y \geq 0$

Ta có: $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{1989} \Leftrightarrow x = (3\sqrt{221} - \sqrt{y})^2$

Do $x \in \mathbb{N}$ nên \sqrt{y} là chia hết (bội) $\sqrt{221}$. Đặt $\sqrt{y} = a\sqrt{221}$

Với $a = 0$ thì $y = 0$, $x = 1989$ thỏa đề bài.

Với $a = 1$ thì $y = 221$, $x = 884$ thỏa đề bài.

Với $a = 2$ thì $y = 884$, $x = 221$ thỏa đề bài.

Với $a = 3$ thì $y = 1989$, $x = 0$ thỏa đề bài.

Vậy các cặp (x,y) thỏa mãn đề bài là (0,1989); (221,884); (884,221) và (1989,0).

5.17 Điều kiện: $x, y \in \mathbb{N}; x, y \geq 0$

Ta có: $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{2009} \Leftrightarrow x = (7\sqrt{41} - \sqrt{y})^2$

Do $x \in \mathbb{N}$ nên \sqrt{y} là chia hết (bội) $\sqrt{41}$. Đặt $\sqrt{y} = a\sqrt{41}$

Với $a = 0$ thì $y = 0$, $x = 2009$ thỏa đề bài.

Với $a = 1$ thì $y = 41$, $x = 1476$ thỏa đề bài.

Với $a = 2$ thì $y = 164$, $x = 1025$ thỏa đề bài.

Với $a = 3$ thì $y = 369$, $x = 656$ thỏa đề bài.

Với $a = 4$ thì $y = 656, x = 369$ thỏa đề bài.

Với $a = 5$ thì $y = 1025, x = 164$ thỏa đề bài.

Với $a = 6$ thì $y = 1476, x = 41$ thỏa đề bài.

Với $a = 7$ thì $y = 2009, x = 0$ thỏa đề bài.

Vậy các cặp (x, y) thỏa mãn đề bài là $(0, 2009); (41, 1476); (164, 1025); (369, 656); (656, 369); (1025, 164); (1476, 41)$ và $(2009, 0)$.

5.18 Gọi bốn số nguyên cần tìm là a, b, c, d (Điều kiện: $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$)

Theo đề bài ta có:

$$\begin{cases} a+b+c=2127 \\ a+b+d=2128 \\ a+c+d=4058 \\ b+c+d=4098 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2127-b-c \\ -c+d=1 \\ -b+d=1931 \\ b+c+d=4098 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=79 \\ c=2009 \\ d=2010 \\ a=39 \end{cases}$$

Vậy số lớn nhất trong các số đó là 2010

5.19 Gọi bốn số nguyên cần tìm là a, b, c, d (Điều kiện: $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$)

Theo đề bài ta có:

$$\begin{cases} a+b+c=180 \\ a+b+d=197 \\ a+c+d=208 \\ b+c+d=222 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=180-b-c \\ -c+d=17 \\ -b+d=28 \\ b+c+d=222 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=61 \\ c=72 \\ d=89 \\ a=47 \end{cases}$$

Vậy tích của các số nguyên cần tìm là $47.61.72.89 = 18371736$

5.20 Gọi bốn số nguyên cần tìm là a, b, c, d (Điều kiện: $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$)

Theo đề bài ta có:

$$\begin{cases} abc=336(1) \\ abd=378(2) \\ acd=432(3) \\ bcd=504(4) \end{cases}$$

Lấy phương trình (1).(2).(3).(4) ta được:

$$a^3.b^3.c^3.d^3 = 27653197824 \Rightarrow abcd = 3024(*)$$

Lấy phương trình (*) chia từng vế cho các phương trình (1), (2), (3), (4) được:

$$d = \frac{3024}{336} = 9; c = \frac{3024}{378} = 8; b = \frac{3024}{432} = 7; a = \frac{3024}{504} = 6$$

Vậy số bé nhất cần tìm là 6.

5.21 Ta có:

$$\begin{aligned} x^2 6^{-x} + 6^{\sqrt{x+2}} &= x^2 \cdot 6^{\sqrt{x}} + 6^{2-x} \\ \Leftrightarrow x^2(6^{-x} - 6^{\sqrt{x}}) - 6^2(6^{-x} - 6^{\sqrt{x}}) &= 0 \\ (x^2 - 6^2)(6^{-x} - 6^{\sqrt{x}}) &= 0 \end{aligned}$$

⇒ Phương trình có 2 nghiệm là: $x = 6; x = 0$.

⇒ $S = 6 \Rightarrow S^{15} = 470184984576$.

Vậy $S^{15} = 470184984576$.

Ngoài lề: Tính 6^{15} không cần tách:

Ấn tính bình thường $6 \wedge 15 =$ (Kết quả: $4,701949846 \times 10^{11}$)

Dựa vào đặc điểm là máy vẫn tính đúng 3 chữ số bị ẩn đi, ta làm như sau để hiện các số bị ẩn ra:

Ans – $4,701 \times 10 \wedge 11 =$ (Kết quả: 84984576)

Suy ra được các chữ số cuối. Số phải tìm là 470184984576

6.1 Giải phương trình được: $x_1 = 1; x_2 = -2$.

Thế vào phương trình được:

$$\begin{cases} 1+a+b-1=0 \\ -8+4a-2b-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{3}{2} \\ b=-\frac{3}{2} \end{cases}$$

Vậy hệ số a, b cần tìm lần lượt là $\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}$

6.2 Đặt $x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 2x - 3 = 0$. Sử dụng chương trình tìm nghiệm SOLVE, ấn phím như sau:

Alpha X ^ 4 – 2 × alpha X ^ 3 + 2 × alpha X ^ 2 + 2 alpha X – 3 shift SOLVE =
(shift SOLVE)

Tìm được một nghiệm là $x = 1$.

Sử dụng sơ đồ Hocner hạ bậc đa thức:

x = 1	1	-2	2	2	-3
	1	-1	1	3	r = 0

$$x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 2x - 3 = (x-1)(x^3 - x^2 + x + 3)$$

Giải phương trình bậc ba bằng chương trình EQU, được:

Một nghiệm bằng -1 trên tập số thực.

Dùng hocner hạ bậc tiếp được:

x = -1	1	-1	1	3
	1	-2	3	r = 0

$$\text{Vậy đa thức phân tích là: } x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 2x - 3 = (x-1)(x+1)(x^2 - 2x + 3)$$

6.3 a, Đặt $a^5 - 8a^4 + 21a^3 - 34a^2 + 80a - 96 = 0$. Sử dụng chương trình tìm nghiệm SLOVE, ta có $a = 2, a = 3, a = 4$ là nghiệm của phương trình.

Tiếp theo dùng sơ đồ Hocner để hạ bậc, ta có:

a = 2	1	-8	21	-34	80	-96
	1	-6	9	-16	48	r = 0

Kinh nghiệm giải Toán trên máy tính Casio II

a = 3	1	-3	0	-16	r = 0	
a = 4	1	1	4	r = 0		

$$\Rightarrow P_{(a)} = a^5 - 8a^4 + 21a^3 - 34a^2 + 80a - 96 = (a-2)(a-3)(a-4)(a^2 + a + 4)$$

Mà $a \in \mathbb{Z} \Rightarrow (a-2)(a-3)(a-4)$ là tích của 3 số nguyên liên tiếp luôn chia hết cho 6.

Vậy đa thức $P_{(a)} = a^5 - 8a^4 + 21a^3 - 34a^2 + 80a - 96$ chia hết cho 6 với mọi $a \in \mathbb{Z}$.

b, c Ta sử dụng sơ đồ Hocner để số dư và hệ số a^2 trong đa thức thương, ta có:

	1	-8	21	-34	80	-96
a = 2,652	1	-5,348	6,817104	-15,92104019	37,77740141	r = 4,185668541

Vậy số dư trong phép chia $P_{(a)}$ cho $(a - 2,652)$ là 4,185668541 và hệ số a^2 của đa thức thương là 6,817104.

6.4 a, Ta có:

$$x^5 - 6,723x^3 + 1,857x^2 - 6,458x + 4,319 = (x + 2,318)Q_{(x)} + r$$

Khi $x = -2,318$ thì:

$$(-2,318)^5 - 6,723(-2,318)^3 + 1,857(-2,318)^2 - 6,458(-2,318) + 4,319 = (-2,318 + 2,318)Q_{(x)} + r$$

$$\Rightarrow r = (-2,318)^5 - 6,723(-2,318)^3 + 1,857(-2,318)^2 - 6,458(-2,318) + 4,319 = 46,07910779$$

Vậy số dư trong phép chia đa thức trên là $r = 46,07910779$

b, Tương tự ta có:

$$x^5 - 7,834x^3 + 7,581x^2 - 4,568x + 3,194 = (x - 2,652)Q_{(x)} + r$$

Khi $x = 2,652$ thì:

$$2,652^5 - 7,834 \cdot 2,652^3 + 7,581 \cdot 2,652^2 - 4,568 \cdot 2,652 + 3,194 = (2,652 - 2,652)Q_{(x)} + r$$

$$\Rightarrow r = 2,652^5 - 7,834 \cdot 2,652^3 + 7,581 \cdot 2,652^2 - 4,568 \cdot 2,652 + 3,194 = 29,45947997$$

Vậy số dư trong phép chia trên là 29,45947997

6.5 Sử dụng sơ đồ Hocner ta có:

	2	1	0	0	-3	0	1
x = 7	2	15	105	735	5142	35994	r = 251959

Vậy thương của phép chia trên là $+15x^4 + 105x^3 + 735x^2 + 5142x + 35994$ và số dư r là 251959.

6.6 Ta đặt:

$$P_{(x)} = (x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5) + a'(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) + b'(x-1)(x-2)(x-3) + c'(x-1)(x-2) + d'(x-1) + e'$$

Với $x = 1$ thì $P_{(1)} = e' = 5$

Với $x = 2$ thì $P_{(2)} = d' + 5 = 5 \Rightarrow d' = 0$

Với $x = 3$ thì $P_{(3)} = 2c' + 5 = 9 \Rightarrow c' = 2$

Với $x = 4$ thì $P_{(4)} = 6b' + 12 + 5 = 17 \Rightarrow b' = 0$

Với $x = 5$ thì $P_{(5)} = 24a' + 24 + 5 = 29 \Rightarrow a' = 0$

Kinh nghiệm giải Toán trên máy tính Casio II

$$\Rightarrow P_{(x)} = (x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5) + 2(x-1)(x-2) + 5$$

Vậy giá trị của:

$$P_{(6)} = 165$$

$$P_{(7)} = 785$$

$$P_{(8)} = 2609$$

$$P_{(9)} = 6837$$

$$P_{(10)} = 15269$$

$$P_{(11)} = 30425$$

6.7 Theo đề bài ta có:

$$P_{(x)} = ax^3 + bx^2 + cx - 2010 \text{ chia cho } (x - 13) \text{ dư } 1 \Rightarrow a.13^3 + b.13^2 + c.13 - 2010 = 1 \quad (1)$$

$$P_{(x)} = ax^3 + bx^2 + cx - 2010 \text{ chia cho } (x - 3) \text{ dư } 2 \Rightarrow a.3^3 + b.3^2 + c.3 - 2010 = 2 \quad (2)$$

$$P_{(x)} = ax^3 + bx^2 + cx - 2010 \text{ chia cho } (x - 14) \text{ dư } 1 \Rightarrow a.14^3 + b.14^2 + c.14 - 2010 = 3 \quad (3)$$

Từ (1) (2) và (3) ta có:

$$\begin{cases} 2197a + 169b + 13c = 2011 \\ 27a + 9b + 3c = 2012 \\ 2744a + 196b + 14c = 2013 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3,7 \\ b = -110,78 \\ c = 969,73 \end{cases}$$

Vậy hệ số a, b, c cần tìm lần lượt là: 3,7; -110,78; 969,73.

6.8 Ta có:

$$a, \text{ Giá trị của } P_{\left(\frac{-2009}{2010}\right)} = \frac{35 \cdot \left(\frac{-2009}{2010}\right)^2 - 37 \cdot \frac{-2009}{2010} + 59960}{\left(\frac{-2009}{2010}\right)^3 - 10 \cdot \left(\frac{-2009}{2010}\right)^2 + 2010 \cdot \frac{-2009}{2010} - 20100} = -2,7139$$

Theo đề bài ta có:

$$Q_{(x)} = \frac{a}{x-10} + \frac{bx+c}{x^2+2010} = \frac{(a+b)x^2 - (10b-c)x - 10c + 2010a}{x^3 - 10x^2 + 2010x - 20100}$$

b, Để $P = Q$ thì giá trị a, b, c phải thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{cases} a+b=35 \\ 10b-c=-37 \\ 2010a-10c=59960 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{6383}{211} \\ b = \frac{1002}{211} \\ c = \frac{19827}{211} \end{cases}$$

Vậy $P = Q$ đúng với mọi $x \in$ tập xác định thì $a = \frac{6383}{211}$; $b = \frac{1002}{211}$; $c = \frac{19827}{211}$.

6.9 a, Theo đề bài ta có:

$$P_{(x)} = x^4 - 4x^3 - 19x^2 + 106x + m = (x^2 + 2x - 15)Q_{(x)}$$

$$\Leftrightarrow x^4 - 4x^3 - 19x^2 + 106x + m = (x-3)(x+5)Q_{(x)}$$

$$\text{Với } x = 3 \text{ thì } 3^4 - 4.3^3 - 19.3^2 + 106.3 + m = 0 \Rightarrow m = -120$$

$$\text{Với } x = -5 \text{ thì } (-5)^4 - 4.(-5)^3 - 19.(-5)^2 + 106.(-5) + m = 0 \Rightarrow m = -120$$

Vậy giá trị của m cần tìm là -120.

6.11 a, Ta có bảng giá trị sau:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$P_{(x)}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0

b, Từ bảng giá trị trên ta có: $x = -4, -3, -2, \dots, 3, 4$ là 9 nghiệm của phương trình nên ta

$$\text{có: } P_{(x)} = \frac{1}{630}(x-4)(x-3)(x-2)(x-1)x(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$$

Khi x nhận giá trị nguyên thì $(x-4)(x-3)(x-2)(x-1)x(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$ là tích của 9 số nguyên liên tiếp, ta luôn có một số chia hết cho 2, 5, 7, 9.

$$\Rightarrow (x-4)(x-3)(x-2)(x-1)x(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) \text{ chia hết cho tích } 2.5.7.9 = 630$$

Vậy $P_{(x)} = \frac{1}{630}(x-4)(x-3)(x-2)(x-1)x(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$ nhận giá trị nguyên với mỗi x nguyên.

7.1 Áp dụng công thức:

Sau n tháng thì số tiền cả gốc lẫn lãi là: $a.(1+m\%)^n$

\Rightarrow Sau 5 năm tức 60 tháng thì số tiền cả gốc lẫn lãi có được là:

$$20000000(1+0,4\%)^{60} = 25412814$$

Vậy số tiền của cô Anh trong sổ tiết kiệm sau 5 năm là 25 412 814 (đồng).

7.2 Áp dụng công thức:

Hàng tháng gửi a đồng, sau n tháng thì số tiền cả gốc lẫn lãi là:

$$\frac{a(1+m\%)\left[(1+m\%)^n - 1\right]}{m\%}$$

$$\Rightarrow \text{Sau 12 tháng số tiền cả gốc lẫn lãi là: } \frac{1000000(1+0,8\%)\left[(1+0,8\%)^{12} - 1\right]}{0,8\%} = 12642675$$

đồng.

Vậy số tiền lãi của cô Hạnh sau 12 tháng là $12\ 642\ 675 - 12\ 000\ 000 = 642\ 675$ đồng.

7.3 Áp dụng công thức:

Cứ 1 bậc tăng lương là 1 tháng, sau n bậc tăng lương số tiền nhận được tất cả là:

$$a.t.\left[\frac{(1+m\%)^n - 1}{m\%}\right]$$

\Rightarrow Một bậc tăng lương là 12 tháng, sau 12 bậc tăng lương thì số tiền nhận được là:

$$1700000 \cdot 12 \cdot \left[\frac{(1+7\%)^{12} - 1}{7\%}\right] = 364924406 \text{ đồng.}$$

Vậy sau 12 năm dạy học thầy được lãnh tất cả là 364924406 đồng.

7.4 Áp dụng công thức:

Sau n tháng thì số tiền cả gốc lẫn lãi là: $a.(1+m\%)^n$

$$\Rightarrow 84155 = 58000(1+m\%)^{25} \Rightarrow m = 1,5\%$$

Vậy lãi suất của ngân hàng đó là 1,5%.

7.5 Áp dụng công thức:

Sau n kì thì số tiền cả gốc lẫn lãi là: $a(1+m\%)^n$

⇒ Ở mức kì hạn 6 tháng, sau 10 năm tức 20 kì thì số tiền cả gốc lẫn lãi nhận được là:
 $1000(1+0,65\%)^{20} = 11383$ (đô la).

⇒ Ở mức kì hạn 3 tháng, sau 10 năm tức 40 kì thì số tiền cả gốc lẫn lãi nhận được là:
 $1000(1+0,63\%)^{40} = 12856$ (đô la).

Vậy sau 10 năm số tiền cả gốc lẫn lãi nhận được nếu thầy Lộc gửi mức kì hạn 6 tháng là 11 383 đô la, mức kì hạn 3 tháng là 12 856 đô la.

7.6 Từ công thức:

Hàng tháng gửi a đồng, sau n tháng thì số tiền cả gốc lẫn lãi là:

$$\frac{a(1+m\%) \cdot [(1+m\%)^n - 1]}{m\%}$$

Theo đề bài ta có:

Sau 2 năm tức 24 tháng thì số tiền có là:

$$450000000 = \frac{a(1+0,35\%) \cdot [(1+0,35\%)^{24} - 1]}{0,35\%} \Rightarrow a = 17943496 \text{ (đồng)}.$$

Vậy anh Nam muốn sau 2 năm có 450000000 đồng để mua nhà thì hàng tháng anh ta phải gửi 17 943 496 đồng vào ngân hàng.

7.7 a, Giả sử sau n tháng ông Ba Đồi trả hết tiền, áp dụng công thức:

$$A \cdot (m\% + 1)^n - a \cdot \frac{(m\% + 1)^{n+1} - (m\% + 1)}{m\%} = 0$$

$$\text{Ta có: } 200000000(0,004+1)^n - 20000000 \frac{(0,004+1)^{n+1} - (0,004+1)}{0,004} = 0$$

$$\Rightarrow n \approx 10,18$$

Vậy với mức lãi suất 0,4%/tháng và mỗi tháng phải trả 20 000 000 đồng thì sau 11 tháng ông ta sẽ trả hết nợ và tháng cuối cùng phải trả là 3 628 799 đồng.

b, Giả sử m% là lãi suất ông phải chịu ta có:

$$200000000(m\% + 1)^9 - 30000000 \frac{(m\% + 1)^{10} - (m\% + 1)}{m\%} = 0$$

$$\Rightarrow m \approx 8,371\%$$

Vậy mỗi tháng phải trả 30 000 000 đồng trong vòng 9 tháng thì lãi suất phải chịu là 8,371%.

7.8 Ta có:

Sau 10 năm số tiền ông Hai nhận được nếu gửi ngân hàng An Phú là:

$$100000(1+5\%)^{120} = 179586 \text{ đô la.}$$

Sau 10 tức 120 tháng số tiền ông Hai nhận được nếu gửi ngân hàng Tân Lợi là:

$$100000 \left(1 + \frac{5}{12}\%\right)^{120} = 164701 \text{đô la.}$$

Vậy ông Hai gửi vào ngân hàng An Phú sẽ có lợi nhiều hơn.

7.9 Gọi a là số tháng gửi với lãi suất 0,7%/tháng, x là số tháng gửi với lãi suất 0,9%/tháng, thì số tháng gửi tiết kiệm là $a + 6 + x$. ($a, x \in \mathbb{N}$). Khi đó số tiền gửi cả vốn lẫn lãi là:

$$5000000 \times 1,007^a \times 1,0115^6 \times 1,009^x = 5747478359$$

Quy trình ấn phím tìm a, x là:

$$5\ 000\ 000 \times 1,007 \wedge \text{alpha A} \times 1,0115 \wedge 6 \times 1,009 \wedge \text{alpha X alpha} = 5747478,359 \text{ shift SLOVE}$$

Máy hỏi A? 1 = {Thử giá trị A = 1}

Shift SLOVE

Cho kết quả x không nguyên. {loại}

Shift SLOVE

Máy hỏi A? 2 =

.....

Khi A = 5 \Rightarrow x = 4 thỏa đề bài.

Vậy số tháng bạn Hiếu gửi tiết kiệm là: $5 + 6 + 4 = 15$ (tháng)

7.10 a, Ta có:

Dân số nước đó sau 1 năm là: $65 + 65 \cdot 1,2\% = 65 \cdot (1 + 1,2\%)$

Dân số nước đó sau 2 năm là: $65 \cdot (1 + 1,2\%) + 65 \cdot (1 + 1,2\%) \cdot 1,2\% = 65 \cdot (1 + 1,2\%)^2$

Dân số nước đó sau 2 năm là: $65 \cdot (1 + 1,2\%)^2 + 65 \cdot (1 + 1,2\%)^2 \cdot 1,2\% = 65 \cdot (1 + 1,2\%)^3$

.....

\Rightarrow Dân số nước đó sau n năm là: $65 \cdot (1 + 1,2\%)^n$

b, Quy trình ấn phím tính dân số của nước đó sau 20 năm là:

$$56\ 000\ 000 \times (1 + 1,2\%)^{20} =$$

Đáp số: 82513233

c, Áp dụng công thức ta có:

$$100\ 000\ 000 = 56\ 000\ 000 \times (1 + 2,2\%)^n$$

$$\Rightarrow n = 36,11$$

Vậy số n bé nhất để số dân nước đó sẽ vượt 100 triệu người là 37 năm.

7.11 Gọi số tiền lãi mà người thứ nhất nhận được là: a (Điều kiện : $0 < a < 9\ 876\ 543\ 210$)

Theo đề bài ta có:

Số tiền người thứ hai nhận được là: $2a$

Số tiền người thứ ba nhận được là: $2a \cdot \frac{4}{3} = \frac{8a}{3}$

Số tiền người thứ tư nhận được là: $\frac{8a}{3} \cdot \frac{6}{5} = \frac{16a}{5}$

Số tiền người thứ năm nhận được là: $\frac{16a}{5} \cdot \frac{8}{7} = \frac{128a}{35}$

Số tiền người thứ sáu nhận được là: $\frac{128a}{35} \cdot \frac{10}{9} = \frac{256a}{63}$

Giả lại: $a + 2a + \frac{8a}{3} + \frac{16a}{5} + \frac{128a}{35} + \frac{256a}{63} = 9\,876\,543\,210$

$\Rightarrow a = 595\,427\,964$

Số tiền lãi của người thứ nhất là: 595 427 964 đồng

Số tiền lãi của người thứ hai là: 1 190 855 928 đồng.

Số tiền lãi của người thứ ba là: 1 587 807 904 đồng.

Số tiền lãi của người thứ tư là: 1 905 369 484 đồng.

Số tiền lãi của người thứ năm là: 217 756 512 đồng.

Số tiền lãi của người thứ sáu là: 2 419 516 805 đồng.

7.12 Gọi x, y, z, t lần lượt là số học sinh, nông dân công nhân và bộ đội.

(Điều kiện: x, y, z, t \in N)

Theo đề bài ta có:

$$\begin{cases} x + y + z + t = 100(1) \\ 0,5x + 6y + 4z + 7t = 488(2) \\ 2x + 70y + 30z + 50t = 5360(3) \end{cases}$$

Lấy (3) – 2(1) và (3) – 4(2) được:

$$\begin{cases} 68y + 28z + 48t = 5160 \\ 46y + 14z + 22t = 3408 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 17y + 7z + 12t = 1290(4) \\ 23y + 7z + 11t = 1704(5) \end{cases}$$

Lấy (5) – (4) được:

$$6y - t = 414$$

Do 6y chia hết cho 6 và 414 chia hết cho 6 \Rightarrow t phải chia hết cho 6.

Giả sử t = 6 thì y = 70, z = 4, x = 20 (nhận).

Giả sử t = 12 thì y = 71, z = $-\frac{61}{7}$ (loại).

Vậy số người nhóm học sinh, nông dân, công nhân và bộ đội lần lượt là 20, 70, 4 và 6 người.

7.13 Theo đề bài ta có số hạt thóc đặt vào 16 ô vuông là:

$$S = 1 + 4 + 4^2 + 4^3 + 4^4 + \dots + 4^{15}$$

$$\text{Ta lại có: } 4S = 4 + 4^2 + 4^3 + 4^4 + 4^5 + \dots + 4^{16}$$

$$\text{Lấy: } 4S - S = 4^{16} - 1$$

$$\Rightarrow S = \frac{4^{16} - 1}{3} = 1431655765$$

Vậy số thóc cần để đáp ứng quy luật trên là 1 431 655 765 hạt thóc.

7.14 Theo đề bài thì số thóc nhà vua cần ban thưởng là:

$$S = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{63}$$

$$\text{Ta lại có: } 2S = 2 + 2^2 + 2^4 + \dots + 2^{64}$$

$$\Rightarrow S = 2S - S = 2^{64} - 1 = 9,223372037 \cdot 10^{18}$$

Vậy số thóc nhà vua cần ban thưởng cho nhà phát minh ra trò chơi cờ vua là rất nhiều $9,223372037 \cdot 10^{18}$ hạt thóc.

7.15 Cách 1: Theo đề bài ta có:

Số bi bỏ vào sau 15 ngày là:

$$S_{15} = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{14} = 2^{15} - 1$$

Số bi lấy ra sau 15 ngày là:

$$1 + 1 + 2 + 3 + 5 + 8 + 13 + 21 + 34 + 55 + 89 + 144 + 233 + 377 + 610 = 1596 \text{ (viên bi).}$$

Vậy số bi có được sau 15 ngày là 31 171 viên.

Cách 2: Theo đề bài ta xây dựng quy trình ấn phím như sau:

**Alpha M alpha = alpha M + 1 alpha : alpha A alpha = alpha A × 2 alpha : alpha D
alpha = alpha B + alpha C alpha : alpha X alpha = alpha X + alpha A – alpha D
alpha : alpha B alpha = alpha C alpha : alpha C alpha = alpha D CALC**

Máy hỏi M? **1** = (Biến đếm ngày).

Máy hỏi A? **1** = (Số bi bỏ vào).

Máy hỏi B? **0** = (Số bi lấy ra ngày hôm trước).

Máy hỏi C? **1** = (Số bi bỏ ra).

Máy hỏi X? **0** = (Số bi có trong hộp).

=====

\Rightarrow Số bi có được sau 15 ngày là 31 171 (viên).

\Rightarrow Để số bi lớn hơn 1000 viên thì cần ít nhất là 11 ngày.

8.1 Điểm trung bình của 12 học sinh trong tổ 1 là: 5,43 (điểm)

Độ lệch chuẩn là: 1,3136285. Phương sai là: 1,73

8.2 Số trung bình của mẫu số liệu là: 73,263158

Phương sai là: 2095,878116.

8.3 Số trung bình của mẫu số liệu là: 36,3871

Phương sai là: 592,3018

9.1 Thực hiện tìm số dư của 20102010 cho 2009 bằng cách ấn:

20102010 ÷ **2009** = (Kết quả: 10005,9871) **20102010** – **2009** × **10005** = (Kết quả: 1965)

Thực hiện tiếp:

19652010 ÷ **2009** = (Kết quả: 9781,986063) **19652010** – **2009** × **9781** = (Kết quả: 1981)

Vậy số dư trong phép chia là 1981.

9.2 Ta có:

505606 chia 22222 số dư 16722

Theo tiên đề Ôclit thì: $\text{ƯCLN}_{(505606,22222)} = \text{ƯCLN}_{(22222,16722)}$

Ta lại có: 22222 chia 16722 số dư 5500

$\Rightarrow \text{ƯCLN}_{(22222,16722)} = \text{ƯCLN}_{(16722,5500)}$

Mà: $\frac{16722}{5500} = \frac{8361}{2750}$

$\Rightarrow \text{ƯCLN}_{(16722,5500)} = 16722 \div 8361 = 2 = \text{ƯCLN}_{(505606,22222)}$

Xét tiếp:

$\text{ƯCLN}_{(505606,22222,999999)} = \text{ƯCLN}_{(2,999999)} = 1$

Vậy $\text{ƯCLN}_{(505606,22222,714714,999999)} = 1$

9.3 Ta có:

$\frac{1996}{2010} = \frac{998}{1005}$

$\Rightarrow \text{ƯCLN}_{(1996,2010)} = 1996 \div 998 = 2$

$\Rightarrow \text{BCNN}_{(1996,2010)} = 1996 \times 1005 = 2005980$.

Vậy ƯCLN của 2 số là 2 và BCNN của 2 số là 2005980.

9.4 Ta có:

2010 = 2.3.5.67

\Rightarrow Tập hợp ước lẽ dương của 2010 là: $S = \{1; 3; 5; 67; 15; 201; 335\}$

Vậy tổng tất cả các ước lẽ dương của 2010 là: $1 + 3 + 5 + 67 + 15 + 201 + 335 = 627$.

9.5 Ta tính giá trị của $2^{30} - 1$ và nhớ vào A nhấn:

2 ^ 30 – 1 shift STO A. (Kết quả: 1073741823)

Lần lượt thử chia A cho các số nguyên tố có 1 chữ số là: 2, 3, 5, 7.

Vậy ước nguyên tố có 1 chữ số của $2^{30} - 1$ là 3 và 7.

9.6 Ta có: $215^2 + 314^2 = 144821$

Gán giá trị vào biến A: **144821 shift STO A.**

Thực hiện phép chia A cho các số nguyên tố nhỏ tăng dần: **alpha A ÷ 2 = (72410,5**

loại giá trị 2) **alpha A ÷ 3 =**

Chia đến số nguyên tố 97, ta thấy nó chia hết. **144821 = 97.1493**

⇒ Ước nguyên tố nhỏ nhất là 97.

Ta lại có: $\sqrt{1493} = 38,63935871$

Ta chia 1493 cho các số nguyên tố nhỏ hơn 38.

Do 144821 không chia hết cho số nguyên tố nào nhỏ hơn 38 nên 1493 cũng không chia hết cho số nguyên tố nhỏ hơn 38 nên 1493 là số nguyên tố.

⇒ Ước nguyên tố lớn nhất là 1493.

Có một điều cần ghi nhớ là: Ước nguyên tố của một số a không bao giờ được lớn hơn căn bậc hai của số đó \sqrt{a}

9.7 Ta có:

$$0,20102010 = \frac{2010}{9999}; 0,020102010 = \frac{2010}{99990}; 0,0020102010 = \frac{2010}{999900}$$

$$\Rightarrow M = \left(\frac{3}{0,20102010..} + \frac{3}{0,020102010..} + \frac{3}{0,0020102010..} \right) \cdot 670$$

$$= \left(\frac{3 \cdot 9999}{2010} + \frac{3 \cdot 99990}{2010} + \frac{3 \cdot 999900}{2010} \right) = 1109889$$

Chia số M là 1109889 cho các số nguyên tố từ nhỏ đến lớn để phân tích M ra thừa số nguyên tố, ta được:

$$M = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 37 \cdot 101$$

$$\text{Vậy } M = 3^3 \cdot 11 \cdot 37 \cdot 101$$

9.8 Ta phân tích N ra thừa số nguyên tố, ta có:

$$1980 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7; 1930 = 2 \cdot 5 \cdot 193; 1945 = 5 \cdot 389; 1954 = 2 \cdot 977; 1969 = 11 \cdot 179; 1975 = 5^2 \cdot 79; 2010 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 67$$

$$\Rightarrow N = 2^4 \cdot 3^4 \cdot 5^6 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 67 \cdot 79 \cdot 179 \cdot 193 \cdot 389 \cdot 977$$

Gọi m là ước của N, có dạng: $m = 2^{k_1} \cdot 3^{k_2} \cdot 5^{k_3} \cdot 7^{k_4} \cdot 11^{k_5} \cdot 79^{k_6} \cdot 167^{k_7} \cdot 179^{k_8} \cdot 193^{k_9} \cdot 389^{k_{10}} \cdot 977^{k_{11}}$ trong đó thì: $0 \leq k_1, k_2 \leq 4; 0 \leq k_3 \leq 6; 0 \leq k_i \leq 1, (i = 4, 5, \dots, 11)$

Vì m không chia hết cho $900 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$ nên m chỉ có các cách lựa chọn sau:

Trường hợp 1: Nếu $k_1 = 0$ hoặc 1 thì $k_2 \dots k_{11}$ chọn bất kì.

Ta có: $2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 17\,920$ khả năng.

Trường hợp 2: Nếu $k_2 = 0; 1$ và $k_1 = 2, 3, 4$ (Ba cách chọn) thì $k_3 \dots k_{11}$ chọn bất kì.

Ta có: $3 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 10\,752$ cách chọn.

Trường hợp 3: Nếu $k_3 = 0; 1$ và $k_1 = 2, 3, 4; k_2 = 2, 3, 4$ thì $k_4 \dots k_{11}$ chọn bất kì.

Ta có: $3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 4\,608$ khả năng.

Vậy có tất cả $17\,920 + 10\,752 + 4\,608 = 33\,280$ số thỏa mãn đề bài.

9.9 a, Áp dụng tính chất đồng dư thức theo mod 10 000, ta có:

$$20092010^3 \equiv 2010^3 \pmod{10000}$$

$$2010^3 \equiv 8120601000 \equiv 1000$$

$$\Rightarrow 20092010^3 + 1 \equiv 1000 + 1 \equiv 1001$$

Vậy 4 chữ số tận cùng của $A = 20092010^3 + 1$ là 1001

b, Tương tự ta có:

$$4151162^3 \equiv 162^3 \pmod{10000}$$

$$162^3 \equiv 4259406061 \equiv 6061$$

$$\Rightarrow 4151162^3 - 11 \equiv 6061 - 11 \equiv 6050$$

Vậy bốn chữ số tận cùng của $B = 4151162^3 - 11$ là 6050.

9.10 Áp dụng tính chất của đồng dư thức ta có:

$$8^{10} \equiv 824 \pmod{1000}$$

$$8^{30} \equiv (8^{10})^3 \equiv 824^3 \equiv 224$$

$$8^{120} \equiv (8^{30})^4 \equiv 224^4 \equiv 976$$

$$8^{240} \equiv (8^{120})^2 \equiv 976^2 \equiv 576$$

Vậy 3 chữ số tận cùng của 8^{240} là 576.

9.11 a, Áp dụng tính chất đồng dư thức ta có:

$$2^{20} \equiv 76 \pmod{100}$$

$$2^{30} \equiv 24$$

$$2^{150} \equiv (2^{30})^5 \equiv 24$$

$$2^{750} \equiv (2^{150})^5 \equiv 24$$

$$2^{2000} \equiv (2^{750})^2 \cdot (2^{150})^3 \cdot 2^{30} \cdot 2^{20} \equiv 24^2 \cdot 24^3 \cdot 24 \cdot 76 \equiv 24^6 \cdot 76 \equiv 76$$

$$2^{2008} \equiv 2^{2000} \cdot 2^8 \equiv 76 \cdot 2^8 \equiv 56$$

$$2^{2009} \equiv 2^{2000} \cdot 2^9 \equiv 76 \cdot 2^9 \equiv 12$$

$$2^{2010} \equiv 2^{2000} \cdot 2^{10} \equiv 76 \cdot 2^{10} \equiv 24$$

Vậy hai chữ số tận cùng của $2^{2008} + 2^{2009} + 2^{2010}$ là $56 + 12 + 24 = 92$

b, Ta có:

6^2 có 2 chữ số tận cùng là 36

6^3 có 2 chữ số tận cùng là 16

6^4 có 2 chữ số tận cùng là 96

6^5 có 2 chữ số tận cùng là 76

6^6 có 2 chữ số tận cùng là 56

6^7 có 2 chữ số tận cùng là 36

6^8 có 2 chữ số tận cùng là 16

.....

Từ 6^2 trở đi thì 2 chữ số tận cùng của 6^n lặp đi lặp lại theo chu kỳ 5

6^{2008} tính từ 6^2 thì đứng thứ 2007 có 2 chữ số tận cùng ứng với số thứ 2 trong chu kì là 16.

6^{2009} tính từ 6^2 thì đứng thứ 2008 có 2 chữ số tận cùng ứng với số thứ 3 trong chu kì là 96.

6^{2010} tính từ 6^2 thì đứng thứ 2009 có 2 chữ số tận cùng ứng với số thứ 4 trong chu kì là 76.

Vậy hai chữ số tận cùng của $6^{2008} + 6^{2009} + 6^{2010}$ là $16 + 96 + 76$ là 88.

9.12 Áp dụng tính chất của đồng dư thức ta có:

$$23^3 \equiv 76 \pmod{100}$$

$$23^{2007} \equiv (23^3)^{669} \equiv 76^{669} \equiv 76$$

$$23^{2009} \equiv 23^{2007} \cdot 23^2 \equiv 76 \cdot 23^2 \equiv 04$$

Vậy chữ số hàng chục của 23^{2009} là 0.

9.13 Áp dụng tích chất đồng dư thức ta có:

$$7^7 \equiv 1862 \pmod{2009}$$

$$7^{15} \equiv (7^7)^2 \cdot 7 \equiv 1862^2 \cdot 7 \equiv 588$$

Vậy số dư trong phép chia trên là 588.

9.14 Ta có $\frac{1}{23} = 0,(0434782608695652173913)$

Vậy chu kì của số thập phân vô hạn tuần hoàn này có chu kì là 22.

9.15 a, Ta có:

$\frac{3}{49} = 0,(061224489795918367346938775510204081632653)$ là số thập phân vô hạn tuần hoàn

theo chu kì là 42

\Rightarrow Số thập phân thứ 2010 của $\frac{3}{49}$ là số thập phân thứ 36 là số 1

b, Tương tự ta có:

$\frac{10}{23} = 0,(4347826086956521739130)$ là số thập phân vô hạn tuần hoàn theo chu kì là 22

\Rightarrow số thập phân thứ 2010 của $\frac{10}{23}$ là số thập phân thứ 8 là số 0.

9.16 Theo đề bài ta có:

$$13511 = k_1 a + r$$

$$13903 = k_2 a + r$$

$$14589 = k_3 a + r$$

Với $k_1, k_2, k_3, a, r \in \mathbb{N}; k_1 < k_2 < k_3$

$$\Rightarrow 392 = (k_2 - k_1)a \text{ và } 686 = (k_3 - k_2)a \Rightarrow 294 = (k_3 + k_1)a$$

Do a lớn nhất, $k_1 < k_2 < k_3$ và $294 = (k_3 + k_1)a$ nên $k_3 + k_1 = 6 \Rightarrow a = 49$

Vậy số a theo đề bài phải tìm là 49.

9.17 Sử dụng lệnh lặp CALC để thử trực tiếp.

Quy trình ấn phím là:

Alpha A alpha = alpha A + 1 alpha : alpha B alpha = (5,5 × 10 ^ 28 – alpha A shift !) × ((alpha A + 1) shift ! - 5,5 × 10 ^ 28) CALC

Máy hỏi A? 0 =

=====

Nếu B lớn hơn hoặc bằng 0 tức A thỏa mãn đề bài.

Khi A = A + 1 = 27 thì B = 1.02285739 × 10⁵⁸ thỏa mãn đề bài.

Vậy số n cần tìm là 27.

9.18 a, Do (1010 ≤ n ≤ 2010) nên a_n nằm trong khoảng từ $\sqrt{20203+21.1010}$ đến

$\sqrt{20203+21.2010}$ tức là 203,5018 < a_n < 249,83

⇒ 203,5018 < a_n < 249,83

b, Ta có:

$$a_n^2 = 20203 + 21n = 962.21 + 21n + 1$$

$$\Rightarrow a_n^2 - 1 = 7.3(962 + 2)$$

$$\Rightarrow (a_n - 1)(a_n + 1) : 7$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (a_n - 1) : 7 \\ (a_n + 1) : 7 \end{cases}$$

Hay a_n + 1 = 7k hoặc a_n - 1 = 7k

$$\Rightarrow a_n = 7k - 1 \text{ hoặc } a_n = 7k + 1$$

⇒ Điều phải chứng minh.

c, Biết 203,5018 < a_n < 249,83 và a_n = 7k - 1 hoặc a_n = 7k + 1

Tức là k chạy từ 29 đến 36.

Sử dụng lệnh lặp CAACL để thử trực tiếp. Quy trình ấn phím trên máy 570 như sau::

Alpha M alpha = alpha M + 1 alpha : alpha A alpha = 7 × alpha M – 1 alpha :

alpha B alpha = (alpha A x² – 20203) ÷ 21 alpha : alpha A alpha = 7 × alpha M + 1

alpha : alpha B alpha = (alpha A x² – 20203) ÷ 21 CALC

Máy hỏi M? 28 = (Tức là thử k từ 29)

=====

Vậy các số n thỏa mãn đề bài là: 1118, 1158, 1301, 1406, 1557, 1601, 1758, 1873.

9.19 Ta có:

$$\overline{34x5y} : 36 \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{34x5y} : 4 \\ \overline{34x5y} : 9 \end{cases} (4,9) = 1$$

$$\text{Đề: } \overline{34x5y}:4 \Rightarrow y = \begin{cases} 2 \\ 6 \end{cases}$$

$$\text{Nếu } y = 2 \text{ thì } \overline{34x52}:9 \Rightarrow x = 4$$

$$\text{Nếu } y = 6 \text{ thì } \overline{34x56}:9 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 9 \end{cases}$$

Vậy cặp số $(x;y)$ thỏa mãn đề bài là: $(4;2), (0;6), (9;6)$.

9.20 Số có dạng $A = \overline{1235679x4y}$ chia hết cho 24 thì:

$$\begin{cases} \overline{1235679x4y}:3 \\ \overline{1235679x4y}:8 \end{cases} \quad \{ \forall (3,8) = 1 \}$$

Xét: $\overline{1235679x4y}:3$ tức là $(1 + 2 + 3 + 5 + 6 + 7 + 9 + x + 4 + y) = (37 + x + y) : 3$ hay $(x + y + 1) : 3$ (1)

$\overline{1235679x4y} = 1236789000 + \overline{x4y}$ chia hết cho 8, tức là $\overline{x4y}:8$

Do đó: $\overline{x4y}$ có dạng: $\overline{x40}, \overline{x42}, \overline{x44}, \overline{x46}, \overline{x48}$ trong đó x nhận giá trị từ 0 đến 9. (2)

Dùng máy tính để thử các giá trị của x thỏa mãn (1) và (2) ta được các giá trị sau:

$$\begin{array}{lll} 1235679240; & 1235679840; & 1235679144, \\ 1235679744; & 1235679048; & 1235679648.* \end{array}$$

9.21 Thử trực tiếp để tìm các chữ số a, b, c, d với a chạy từ 1 đến 9.

Khi $a = 1$ thì \overline{bcd} không xác định.

Khi $a = 2$ thì $\overline{bcd} = 314$.

Khi $a = 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ thì \overline{bcd} đều không xác định.

Vậy các chữ số a, b, c, d thỏa mãn đề bài lần lượt là 2, 3, 1, 4.

9.22 Cách 1: Theo đề bài ta có: $b \neq 0$ mà $\overline{ab\overline{bcd}}$ có chữ số tận cùng là 0 nên chỉ xét 3 trường hợp:

$$\begin{cases} d = 0 \\ b = 2; d = 5 \\ b = 5; d = 2 \end{cases}$$

Xét $d = 0$, ta có: $\overline{ab\overline{bc}} = 785$

Mà 758 khi phân tích ra thừa số nguyên tố thì được 5.157 .

\Rightarrow Không có bộ ba số a, b, c thỏa mãn $\overline{ab\overline{bc}} = 785$.

Xét $b = 2, d = 5$; thay a chạy từ 1 đến 9 cũng không có số nào thỏa đề bài.

Xét $b = 5, d = 2$; thay a chạy từ 1 đến 9 cũng không có số nào thỏa đề bài.

Vậy không tồn tại các chữ số a, b, c, d để có: $\overline{ab\overline{bcd}} = 7850$.

Cách 2: Ta phân tích 7850 ra thừa số nguyên tố được: $7850 = 2.5.5.157$

Theo đề bài $\overline{ab\overline{bcd}} = 7850$ là tích của số có 2 chữ số và số có 3 chữ số.

$$7850 = 10.785 = 25.314 = 50.157$$

Kinh nghiệm giải Toán trên máy tính Casio II

⇒ Không tồn tại các chữ số a, b, c, d để có: $\overline{abcd} = 7850$.

9.23 Số có dạng $D = \overline{2x3yz6t}$ lớn nhất chia hết cho 29 là $\overline{2939z6t}$

Lần lượt thử $\overline{2939z6t}$ với $z = 9, t = 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2$ ta được số 2939962 chia hết cho 29.

Vậy số lớn nhất có dạng $D = \overline{2x3yz6t}$ chia hết cho 29 là 2939962.

Số có dạng $D = \overline{2x3yz6t}$ bé nhất chia hết cho 29 là 2939962

Lần lượt thử $\overline{2030z6t}$ với $z = 0, t = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; z = 1, t = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; z = 2, t = 0, 1$ ta được số 2030361 chia hết cho 29.

Vậy số bé nhất có dạng $D = \overline{2x3yz6t}$ chia hết cho 29 là 2030361

9.24 Số tự nhiên thoã mãn $(\overline{ag})^4 = \overline{a*****g}$ thì $g = 0, 1, 5$ hoặc 6.

Khi $g = 0$ thử chạy a từ 1 đến 9, không có giá trị nào thoã đề bài.

Khi $g = 1$ thử chạy a từ 1 đến 9, không có giá trị nào thoã đề bài.

Khi $g = 5$ thử chạy a từ 1 đến 9, $a = 4$ thoã điều kiện đề bài.

Khi $g = 6$ thử chạy a từ 1 đến 9, $a = 4$ thoã điều kiện đề bài.

Vậy số tự nhiên thoã đề bài là $46^4 = 4477456$ và $45^4 = 4100625$

9.26 Theo đề bài ta có:

$$\begin{cases} a+b=2010k, (k \in \mathbb{N}) \\ a=5b \end{cases}$$

Suy ra: $6b = 2010k \Leftrightarrow b = 335k$

$a = 5b$ nên $a = 1675k$

Thay $k = 1, 2, \dots, 9$ ta được bảng đáp số:

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	1675	3350	5025	6700	8375	10050	11725	13400	15075
b	335	670	1005	1340	1675	2010	2345	3680	3015

9.27 Gọi số đó là: $n = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$

Đặt $x = \overline{a_1a_2a_3}$. Ta có: $\overline{a_4a_5a_6} = \overline{a_1a_2a_3} + 1 = x + 1$

⇒ $n = 1000x + x + 1 = 1001x + 1$

Vì n là số chính phương, ta sẽ có:

$$1001x + 1 = y^2$$

$$\Rightarrow (y - 1)(y + 1) = 1001x = 7 \times 11 \times 13 \times x$$

Trong ba số 7, 11, 13 phải là ước của một trong hai thừa số của vế trái và số còn lại phải là ước của thừa số còn lại. Có những khả năng xảy ra sau đây:

Trường hợp 1: $y + 1 = 11.13.k, y - 1 = 7k'$.

Khi ấy $k = 3, k' = 61, x = 183, n = 183184$.

Trường hợp 2: $y + 1 = 7k', y - 1 = 11.13k = 143k$.

Khi ấy $k = 4, k' = 82, x = 328, n = 328329$.

Trường hợp 3: $y + 1 = 7.11k = 77k, y - 1 = 13k'$.

Khi ấy $k = 11, k' = 65, x = 715, n = 715716$.

Trường hợp 4: $y + 1 = 13k', y - 1 = 77k$.

Khi ấy $k = 2, k' = 12, x = 24$ (loại vì không phải số có 3 chữ số).

Trường hợp 5: $y + 1 = 7.13.k, y - 1 = 11k'$.

Khi ấy $k = 8, k' = 66, x = 528, n = 528529$.

Trường hợp 6: $y + 1 = 11k', y - 1 = 7.13k = 91k$.

Khi ấy $k = 3, k' = 25, x = 76$ (loại vì không phải số có 3 chữ số).

Vậy các số thoã mãn đề bài là: 183184, 328329, 715716, 528529.

9.28

9.29 Ta có: $\lfloor \sqrt[3]{n} \rfloor = 1$ khi $n = 1, 2, 3 \dots 7$.

$\lfloor \sqrt[3]{n} \rfloor = 2$ khi $n = 8, 9, \dots 26$.

$\lfloor \sqrt[3]{n} \rfloor = 3$ khi $n = 27, 28, \dots 63$.

$\lfloor \sqrt[3]{n} \rfloor = 4$ khi $n = 64, 65 \dots 124$.

Từ trên ta có được: $\lfloor \sqrt[3]{n} \rfloor = k$ khi và chỉ khi $k^3 \leq n \leq (k+1)^3$

Do đó ta có: $\lfloor \sqrt[3]{1} \rfloor + \lfloor \sqrt[3]{2} \rfloor + \dots + \lfloor \sqrt[3]{215} \rfloor = 1 \times 7 + 2 \times 19 + 3 \times 37 + 4 \times 61 + 91 \times 5 = 855$

Suy ra: $x^3 - 1 = 215 \Leftrightarrow x = 6$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 6$.

9.30 Ta có số $a = 1.2.3 \dots 17$ chứa lũy thừa của 2: $2 \times 2^2 \times 2 \times 2^3 \times 2 \times 2^2 \times 2 \times 2^4 = 2^{15}$

Số a chứa lũy thừa của 3 là: $3 \times 3 \times 3^2 \times 3 \times 3 = 3^6$

Số a chứa lũy thừa của 5 là: $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

Số a chứa lũy thừa của 7 là: $7 \times 7 = 7^2$.

Ước số lớn nhất của a là lập phương của một số tự nhiên là: $2^{15} \times 3^6 \times 5^3 = 1440^3 = 2985984000$.

Ước số lớn nhất của a là bình phương của một số tự nhiên là: $2^{14} \times 3^6 \times 5^2 \times 7^2 = 120960^2 = 14631321600$.

9.31 Theo bài ta có:

Số nhỏ nhất chia hết cho 2 dư 1 là 1.

Số nhỏ nhất chia hết cho 2 dư 1 và chia cho 3 dư 2 là: $1.3 + 2 = 5$.

Số nhỏ nhất chia hết cho 2 dư 1; chia cho 3 dư 2 và chia 4 dư 3 là: $5.4 + 3 = 23$.

.....

\Rightarrow Số thoã mãn đề bài là:

$(((((1.3 + 2). 4 + 3). 5 + 4). 6 + 5). 7 + 6). 8 + 7). 9 + 8). 10 + 9) = 3628799$

Vậy số phải tìm thoã mãn đề bài là 3628799.

9.32 Gọi số phải tìm là n .

Ta thử n chạy từ 0 đến 9, ta có n^2 có tận cùng là một chữ số 4 thì n phải tận cùng là: 2

Ta thử n chạy từ 12 đến 92, ta có n^2 có tận cùng là hai chữ số 4 thì n phải tận cùng là: 12 hoặc 62.

Ta thử n chạy từ 112 đến 912 và 162 đến 962, ta có n^2 có tận cùng là ba chữ số 4 thì n phải tận cùng là: 462 hoặc 962.

Ta thử n chạy từ 1462 đến 9462 và 1962 đến 9962, không tồn tại số nào để n^2 tận cùng là bốn chữ số 4.

Vậy những số mà khi bình phương lên có tận cùng là ba chữ số 4 là những số có tận cùng là 462 hoặc 962. Không tồn tại số nào mà khi bình phương lên có tận cùng là bốn chữ số 4.

9.33 a, Ta có: a^2 có tận cùng là 9 nên a phải có hai chữ số tận cùng là 3 hoặc 7.

Thử trên máy bình phương các số: 13, 23, 33, 43, 53, 63, 73, 83, 93, 17, 27, 37, 47, 57, 67, 77, 87, 97. Ta tìm được bốn số là 17, 33, 67, 83 khi bình phương lên có tận cùng là 89.

b, Để a^2 là một số bắt đầu bằng 19 thì nó phải có dạng:

$$19 \times 10^n \leq a^2 < 20 \times 10^n \text{ hay } 19 \leq a^2 \times 10^{-n} < 20$$

$$\text{Nếu } n = 2k \text{ thì ta có: } 4,3588989 \approx \sqrt{19} \leq a \times 10^{-k} < \sqrt{20} \approx 4,472135955$$

$$\text{Nếu } n = 2k + 1 \text{ thì: } 13,78404875 \approx \sqrt{190} \leq a \times 10^{-k} < \sqrt{200} \approx 14,14213562$$

$$\text{Cho } k = 0: 4,3588989 \approx \sqrt{19} \leq a < \sqrt{20} \approx 4,472135955 \text{ (Không có giá trị nào của } a \text{)}$$

$$13,78404875 \approx \sqrt{190} \leq a < \sqrt{200} \approx 14,14213562 \Rightarrow a = 14.$$

$$\text{Cho } k = 1: 4,3588989 \approx \sqrt{19} \leq a \times 10^{-1} < \sqrt{20} \approx 4,472135955 \Rightarrow a = 44.$$

$$13,78404875 \approx \sqrt{190} \leq a \times 10^{-1} < \sqrt{200} \approx 14,14213562 \Rightarrow a = 138, 139, 140, 141.$$

$$\text{Cho } k = 2: 4,3588989 \approx \sqrt{19} \leq a \times 10^{-2} < \sqrt{20} \approx 4,472135955 \Rightarrow a = 436, 437, \dots 447.$$

$$13,78404875 \approx \sqrt{190} \leq a \times 10^{-2} < \sqrt{200} \approx 14,14213562 \Rightarrow a = 1379, 1380, \dots 1414.$$

Tương tự cho $k = 3, 4, \dots$ ta sẽ được các số khác nữa.

Trong các số đã tìm ta chọn số có tận cùng là 17, 33, 67, 83 để a^2 có tận cùng là 89 thì số bé nhất phải tìm là 1383.

Cách 2: Nếu cách 1 khó hiểu thì bạn tham khảo cách 2 này.

Gọi số tự nhiên nhỏ nhất a mà bình phương của nó là một số bắt đầu bằng số 19 và kết thúc bằng số 89 là: $\overline{19a_1a_2\dots a_n89}$ (Dấu chấm biểu thị có thể có nhiều chữ số).

Giả sử:

$$a^2 \text{ có bốn chữ số là: } 1989 \Rightarrow 44.598 \text{ (loại)}$$

$$a^2 \text{ có năm chữ số là } \overline{19a_189} \Rightarrow 138.16 < a < 141.38 \text{ { 'Thế giá trị } a_1 = 0 \text{ và } 9 \text{ '}}$$

Các giá trị a trên loại hết vì không có giá trị a nào tận cùng là 17, 33, 67, 83.

Kinh nghiệm giải Toán trên máy tính Casio II

a^2 có sáu chữ số là $\overline{19a_1a_289} \Rightarrow 435,99 < a < 447,2$.

Các giá trị a trên loại hết vì không có giá trị a nào tận cùng là 17, 33, 67, 83.

a^2 có bảy chữ số là $\overline{19a_1a_2a_389} \Rightarrow 1378,44 < a < 1414,21$.

Chọn $a = 1383$, $a^2 = 1912689$ (thỏa đề bài)

Vậy giá trị a phải tìm là 1383.

c , Ta có: $n^2 = \overline{2525*****89} \Rightarrow 502393,78 < n < 502593,275$

Mà n^2 tận cùng là 89 nên n phải tận cùng là 17, 33, 67, 83.

Trong khoảng $502393,78 < n < 502593,275$ có 4 số thỏa mãn là: 502517, 502533, 502567, 502583.

Vậy các số thỏa mãn đề bài là 502517, 502533, 502567, 502583.

9.34 Để n^3 có tận cùng là một chữ số 1 thì n phải tận cùng là 1.

Để n^3 có tận cùng là hai chữ số 1, ta thử các giá trị $n = 11, 21, 31, 41, \dots, 91$ thì có giá trị $n = 71$ khi lập phương lên có tận cùng là hai chữ số 1.

Để n^3 có tận cùng là ba chữ số 1, ta thử các giá trị $n = 171, 271, 371, 471, \dots, 971$ thì có giá trị $n = 471$ khi lập phương lên có tận cùng là ba chữ số 1.

Để n^3 có tận cùng là bốn chữ số 1, ta thử các giá trị $n = 1471, 2471, 3471, 4471, \dots, 9471$

Bắt đầu từ 2471 thì khi lập phương lên sẽ tràn màn hình. Tuy nhiên ta đã biết chắc chắn ba chữ số cuối khi bình phương lên là 1.

\Rightarrow Giá trị $n = 8471$ khi lập phương lên có tận cùng là bốn chữ số 1.

Vậy số n phải tìm là 8471.

9.35 Để tìm số $n^3 = \overline{111\dots1111}$ mà n là số bé nhất $\Rightarrow n^3$ cũng là số bé nhất.

Xét n^3 có 8 chữ số, tức là $n^3 = \overline{111a_11111} \Rightarrow 10353 < n < 10384$ không có số nào thỏa mãn tận cùng là 8471.

Xét n^3 có 9 chữ số, tức là $n^3 = \overline{111a_1a_21111} \Rightarrow 22306 < n < 22373$ không có số nào thỏa mãn tận cùng là 8471.

.....

Xét n^3 có 19 chữ số, tức là

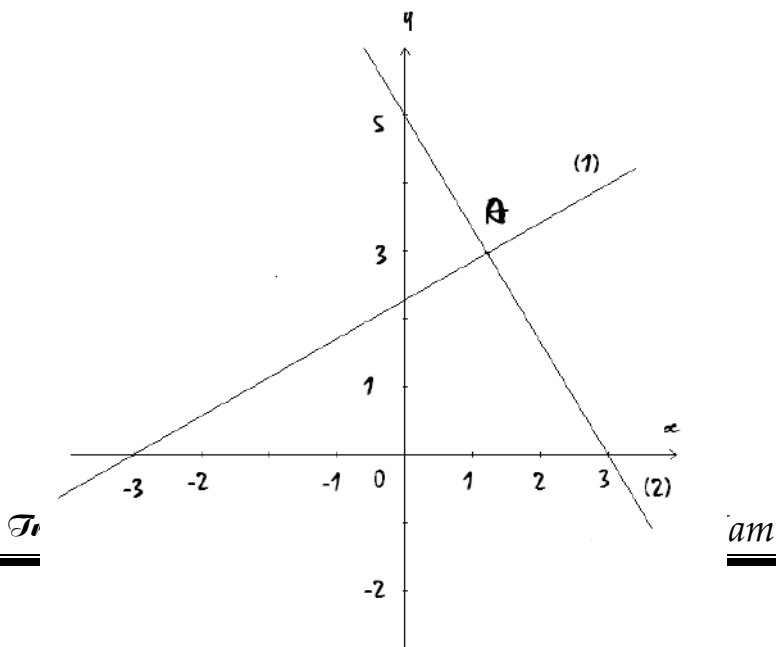
$n^3 = \overline{111a_1a_21111} \Rightarrow 1035398 < n <$

1038498 , ta có số 1038471 thỏa đề bài.

Vậy số n bé nhất phải tìm là 1038471.

10.1

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của (1) và (2) là:



$$\frac{3}{5}x + 2\frac{2}{5} = -\frac{5}{3}x + 5$$

$$\Rightarrow x = \frac{39}{34} \Rightarrow y = \frac{105}{34}$$

Vậy tọa độ giao điểm $A\left(\frac{39}{34}; \frac{105}{34}\right)$

10.2 Ta có:

$$BC = \sqrt{(2\sqrt{3} + 4)^2 + (-5 + 3\sqrt{3})^2} \approx 7,47 \text{ shift STO A}$$

$$AC = \sqrt{(1 + 4)^2 + (3 + 3\sqrt{3})^2} \approx 9,6 \text{ shift STO B}$$

$$AB = \sqrt{(1 - 2\sqrt{3})^2 + (3 + 5)^2} \approx 8,37 \text{ shift STO C}$$

$$p = \frac{AB + AC + BC}{2} = \frac{7,47 + 9,6 + 8,37}{2} = 12,72 \text{ shift STO D}$$

Áp dụng công thức Hêrông tính S tam giác ta có:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Quy trình ấn phím tính diện tích tam giác ABC là:

$$\sqrt{x} \text{ (alpha D (alpha D - alpha A) } \times \text{ (alpha D - alpha B) } \times \text{ (alpha D - alpha C))}$$

= (Kết quả: 30,09807621)

Vậy diện tích tam giác ABC là 30,098 (đvdt)

10.3 Theo đề bài ta có:

$$\begin{cases} \frac{2010}{20} = a \cdot \frac{2009}{29} + b \\ -\frac{2020}{210} = a \cdot \frac{-2929}{209} + b \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{2010}{20} - \frac{2009}{29} \cdot a = -\frac{2020}{210} + \frac{2929}{209} \cdot a \Leftrightarrow \frac{4625}{42} = \frac{504822}{6061} \cdot a \Leftrightarrow a = \frac{28032125}{21202524}$$

$$\Rightarrow b = \frac{-1590562561385}{614873196}$$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là: $y = \frac{28032125}{21202524}x - \frac{1590562561385}{614873196}$

10.4 Ta có hoành độ đỉnh của (P) là:

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{3,4}{2 \cdot 4,7} = \frac{17}{47}$$

$$\Rightarrow y_0 = \frac{-2451}{470}$$

Vậy tọa độ đỉnh của (P) cần tìm là $S\left(\frac{17}{47}; \frac{-2451}{470}\right)$

10.5 Theo đề bài ta có:

$$\begin{cases} a.(-3)^2 + b.(-3) + c = 7 \\ a.1^2 + b.1 + c = -10 \\ \frac{-b}{2a} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9a - 3b + c = 7 \\ a + b + c = -12 \\ 2a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{19}{16} \\ b = \frac{-19}{8} \\ c = \frac{-173}{16} \end{cases}$$

Vậy các hệ số a, b, c cần tìm lần lượt là $\frac{19}{16}; \frac{-19}{8}; \frac{-173}{16}$

10.6 Ta có phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$4,7865x^2 - 3,5746x - 10,4972 = 15x + 23$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 5,22102 \Rightarrow y_1 = 101,3153 \\ x_2 = -1,3404 \Rightarrow y_2 = 2,894 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) cần tìm là (5,22102;101,3153) và (-1,3404;2,894)

10.7 Theo đề bài ta có:

$$\begin{cases} m.(-1) - (n+1).3 - 1 = 0 \\ n.(-1) + 2m.3 + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m - 3n = 4 \\ 6m - n = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{-10}{19} \\ n = \frac{-22}{19} \end{cases}$$

Vậy giá trị đúng cần tìm là $m = \frac{-10}{19}; n = \frac{-22}{19}$

10.8 Khi chia đa thức $x^2 + mx + n$ cho $(x - m)$ và $(x - n)$ số dư lần lượt là m và n nên

$$P_{(m)} = 2m^2 + n = m \text{ và } P_{(n)} = n^2 + mn - n = n. \text{ Suy ra: } \begin{cases} n = 0 \\ n = -m \end{cases}.$$

Thay $n = 0$ vào phương trình $2m^2 + n = m$ ta được $m = 0$ hoặc $m = \frac{1}{2}$.

Thay $n = -m$ vào phương trình $2m^2 + n = m$ ta được $m = 0$ hoặc $m = 1$.

Vậy có 3 cặp giá trị (m;n) là (0;0), $(\frac{1}{2};0)$ và (1;-1) thỏa mãn điều kiện đề bài.

Khoảng cách giữa (0;0) và $(\frac{1}{2};0)$ bằng 0,5 đơn vị đo.

Khoảng cách giữa (0;0) và (1;-1) bằng $\sqrt{2} \approx 1,414213562$ đơn vị đo.

Khoảng cách giữa $(\frac{1}{2};0)$ và (1;-1) bằng $\frac{\sqrt{5}}{2} \approx 1,118034$ đơn vị đo.

11.1

Giải

a, Ta có:

$$\sin \hat{C} = \frac{h}{b} = \frac{2,75}{3,85} = \frac{5}{7}$$

$$\Rightarrow \hat{C} = \sin^{-1} \frac{5}{7} \approx 45^{\circ}35'$$

$$\sin \hat{B} = \frac{h}{c} = \frac{2,75}{3,25} = \frac{11}{13}$$

$$\Rightarrow \hat{B} = \sin^{-1} \frac{11}{13} \approx 57^{\circ}48'$$

$$\Rightarrow \hat{A} = 180^{\circ} - \hat{B} - \hat{C} = 180^{\circ} - 45^{\circ}35' - 57^{\circ}48' = 76^{\circ}37'$$

Áp dụng hàm số cos cho ΔABC , ta có:

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2.AC.AB.\cos \hat{A} = 3,85^2 + 3,25^2 - 2.3,85.3,25.\cos 76^{\circ}37'$$

$$\Rightarrow BC = 4,43(\text{cm})$$

b, Ta có:

$$m_a = \frac{\sqrt{2c^2 + 2b^2 - a^2}}{2} = \frac{\sqrt{2.3,25^2 + 2.3,85^2 - 4,43^2}}{2} = 2,79(\text{cm})$$

Vậy độ dài đường trung tuyến AM là 2,79 (cm).

c, Ta có:

$$\cos \hat{HAM} = \frac{AH}{AM} = \frac{2,75}{2,79}$$

$$\Rightarrow \hat{HAM} = \cos^{-1} \frac{2,75}{2,79} \approx 9^{\circ}43'$$

$$S_{AMH} = \frac{1}{2}.AH.AM.\sin \hat{HAM} = \frac{1}{2}.2,75.2,79.\sin 9^{\circ}43' = 0,65(\text{cm}^2)$$

11.2

Giải

a, Ta có:

$$35^2 = 21^2 + 28^2 \text{ hay } BC^2 = AB^2 + AC^2$$

Theo định lí Pytago đảo suy ra ΔABC là tam giác vuông.

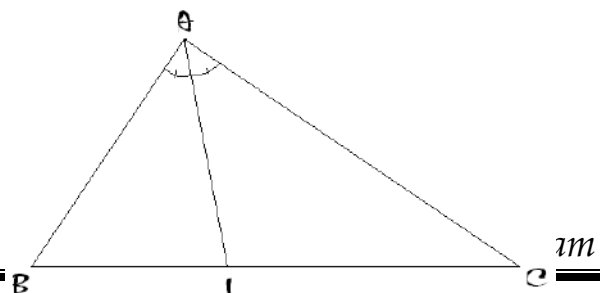
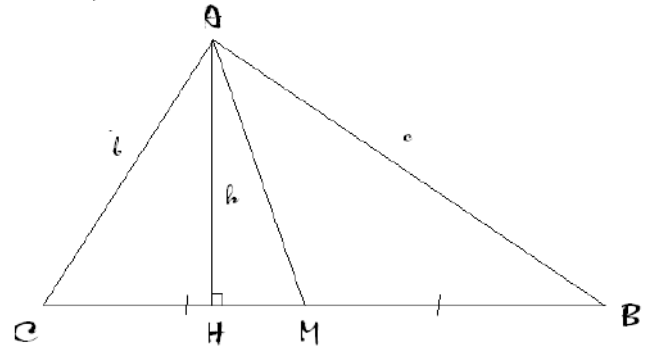
b, Ta có:

$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} = \frac{28}{35}$$

$$\Rightarrow \hat{B} = \sin^{-1} \frac{28}{35} \approx 53^{\circ}7'48,37''$$

$$\Rightarrow \hat{C} = 90^{\circ} - 53^{\circ}8' = 36^{\circ}52'11,63''$$

c, Ta có:



$$AI = \frac{2}{AC+AB} \sqrt{AC \cdot AB (p-BC)}$$

$$= \frac{2}{28+21} \sqrt{28 \cdot 21 \cdot \frac{28+21+35}{2} \left(\frac{28+21+35}{2} - 35 \right)}$$

$$\Rightarrow AI \approx 16,97(\text{cm})$$

Áp dụng hàm số cos cho tam giác ABI, ta có:

$$BI^2 = AB^2 + AI^2 - 2 \cdot AB \cdot AI \cdot \cos \widehat{BAI} = 21^2 + 16,97^2 - 2 \cdot 21 \cdot 16,97 \cdot \cos 45^\circ = 15(\text{cm})$$

$$\Rightarrow IC = BC - BI = 35 - 15 = 20(\text{cm})$$

$$S_{ABI} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AI \cdot \sin \widehat{BAI} = \frac{1}{2} \cdot 21 \cdot 16,97 \cdot \sin 45^\circ = 126(\text{cm}^2)$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 21 \cdot 28 = 294(\text{cm}^2)$$

Vậy tỉ số $\frac{S_{ABI}}{S_{ABC}} = \frac{126}{294} = \frac{3}{7}$

11.3

Giải

a, Xét tam giác vuông ABK, ta có:

$$\sin \widehat{A} = \frac{BK}{AB}$$

$$\Rightarrow BK = AB \cdot \sin \widehat{A} = 4,2315 \cdot \sin 65^\circ = 3,835(\text{cm})$$

Xét tam giác vuông ACF, ta có:

$$\sin \widehat{A} = \frac{CF}{AC}$$

$$\Rightarrow CF = AC \cdot \sin \widehat{A} = 5,3641 \cdot \sin 65^\circ = 4,8615(\text{cm})$$

b, $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot BK \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 3,835 \cdot 5,3641 = 10,2856(\text{cm}^2)$

c, Áp dụng hàm số cos cho tam giác ABC, ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos \widehat{A} = 4,2315^2 + 5,3641^2 - 2 \cdot 4,2315 \cdot 5,3641 \cdot \cos 65^\circ$$

$$\Rightarrow BC \approx 5,2435(\text{cm})$$

Xét tam giác vuông BFC, ta có:

$$\sin \widehat{B} = \frac{CF}{BC} = \frac{4,8615}{5,2435} \Rightarrow \widehat{B} = \sin^{-1} \frac{4,8615}{5,2435} \approx 68^\circ$$

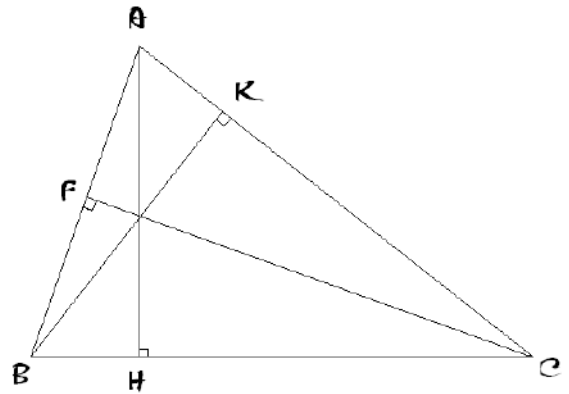
$$\Rightarrow \widehat{C} = 180^\circ - \widehat{A} - \widehat{B} = 180^\circ - 65^\circ - 68^\circ = 47^\circ$$

d, Xét tam giác vuông ABH, ta có:

$$AH = AB \cdot \sin \widehat{ABH} = 4,2315 \cdot \sin 68^\circ \approx 3,9234(\text{cm})$$

e, Xét tam giác ABC ta có:

$$S_{ABC} = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S_{ABC}} = \frac{4,2315 \cdot 5,3641 \cdot 5,2435}{4 \cdot 10,2856} \approx 2,8928(\text{cm})$$



$$S_{ABC} = p.r \Rightarrow r = \frac{S_{ABC}}{p} = \frac{2.10,2856}{4,2315+5,3641+5,2435} = 1,3863(\text{cm})$$

Vậy bán kính đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp của tam giác ABC lần lượt là 2,8928 (cm) và 1,3863 (cm).

11.4

Giải

a, Ta có:

$$BC = \frac{AB}{\sin \hat{C}} = \frac{\sqrt{3}}{\sin 30^\circ} = 2\sqrt{3} \approx 3,4641(\text{cm})$$

$$AC^2 = BC^2 - AB^2 = (2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{3})^2 = 9$$

$$\Rightarrow AC = 3(\text{cm})$$

Áp dụng công thức tính đường phân giác, ta có:

$$BM = \frac{2}{AB+BC} \sqrt{AB \cdot BC \cdot p \cdot (p-AC)}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}+2\sqrt{3}} \cdot \sqrt{\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}+2\sqrt{3}+3}{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}+2\sqrt{3}+3}{2} - 3 \right)} = 0,9194(\text{cm})$$

$$CN = \frac{2}{CA+CB} \sqrt{CA \cdot CB \cdot p \cdot (p-AB)}$$

$$= \frac{2}{3+2\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3 \cdot 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}+2\sqrt{3}+3}{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}+2\sqrt{3}+3}{2} - \sqrt{3} \right)} = 3,1058(\text{cm})$$

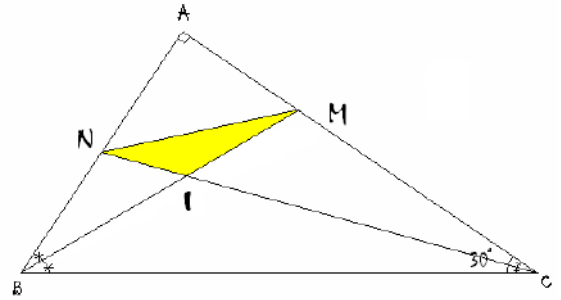
Vậy độ dài các đoạn BM và CN lần lượt là 0,9194 (cm) và 3,1058 (cm).

c, Do đường phân giác trong BM và CN cắt nhau tại I \Rightarrow I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

$$r = IN = IM = \frac{S_{ABC}}{p} = \frac{2.S_{ABC}}{AB+AC+BC} \approx 1,268(\text{cm}^2)$$

Giải lại: $\hat{BIC} = \hat{NIM} = 180^\circ - 15^\circ - 30^\circ = 135^\circ$

$$\text{Vậy } S_{MIN} = \frac{1}{2} \cdot IM \cdot IN \cdot \sin \hat{NIM} = \frac{1}{2} \cdot 1,368^2 \cdot \sin 135^\circ \approx 0,5684(\text{cm}^2)$$



11.5

Giải

a, Ta có:

Kinh nghiệm giải Toán trên máy tính Casio II

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 3,74^2 + 4,51^2$$

$$\Rightarrow BC = 5,859(\text{cm})$$

Theo hệ thức cạnh trong tam giác, ta có:

$$AB.AC = AH.BC$$

$$\Rightarrow AH = \frac{AB.AC}{BC} = \frac{3,74.4,51}{5,859} = 2,8789(\text{cm})$$

Xét tam giác vuông AHC, ta có:

$$HC^2 = AC^2 - AH^2 = 4,51^2 - 2,8789^2$$

$$\Rightarrow HC = 3,4716(\text{cm})$$

Vậy độ dài AH và CH lần lượt là 2,8789 (cm) và 3,4716 (cm).

b, Xét tam giác vuông ABH, ta có:

$$\sin \hat{B} = \frac{AH}{AB} = \frac{2,8789}{3,74} \Rightarrow \hat{B} = \sin^{-1} \frac{2,8789}{3,74} = 50^\circ 20'$$

c, Ta có:

$$d_a = \frac{2}{b+c} \sqrt{bc p(p-a)} = \frac{2}{3,74+4,51} \sqrt{3,74.4,51 \cdot \frac{3,74+4,51+5,859}{2} \left(\frac{3,74+4,51+5,859}{2} - 5,859 \right)}$$

$$\Leftrightarrow AI = 2,8914(\text{cm})$$

Áp dụng hàm số cos cho tam giác ABI, ta có:

$$BI^2 = AB^2 + AI^2 - 2.AB.AI.\cos \hat{BAI} = 3,74^2 + 2,8914^2 - 2.3,74.2,8914.\cos 45^\circ$$

$$\Rightarrow BI = 2,6561(\text{cm})$$

d, Ta có:

$$IC = BC - BI = 5,859 - 2,6561 = 3,2029(\text{cm})$$

$$\Rightarrow S_{AIC} = \frac{1}{2}.AH.IC = \frac{1}{2}.2,8789.3,2029 = 4,6104(\text{cm}^2)$$

11.6

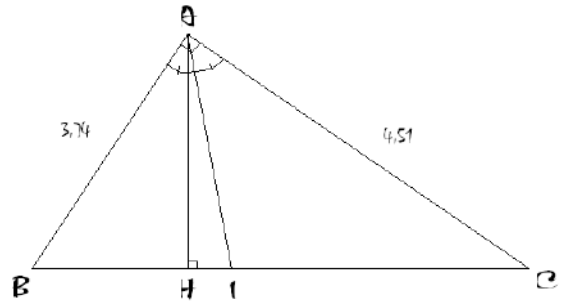
Giải

a, Theo hệ thức cạnh trong tam giác, ta có:

$$BH.CH = AH^2 = (3\sqrt{618})^2 = 5562 \quad (1)$$

Giả thiết: $CH - BH = 179 \quad (2)$

Từ (1) và (2) có hệ phương trình:



$$\begin{cases} BH \cdot CH = 5562 \\ CH - BH = 179 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} BH = \frac{5562}{CH} \\ CH - \frac{5562}{CH} = 179 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} BH = \frac{5562}{CH} \\ CH = 206(\text{nhan}) \\ CH = -27(\text{loai}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} CH = 206(\text{cm}) \\ BH = 27(\text{cm}) \end{cases}$$

$$BC = BH + HC = 27 + 206 = 233(\text{cm})$$

Theo hệ thức cạnh trong tam giác, ta có:

$$AB^2 = BH \cdot BC = 27 \cdot 233 \Rightarrow AB = 3\sqrt{699} \approx 79,3158(\text{cm})$$

$$AC^2 = CH \cdot BC = 206 \cdot 233 \Rightarrow AC \approx 219,0845(\text{cm})$$

Ta có:

$$d_a = \frac{2}{b+c} \sqrt{bcp(p-a)} \quad \text{hay} \quad AD = \frac{2}{AB+AC} \sqrt{AB \cdot AC \cdot \frac{AB+AC+BC}{2} \left(\frac{AB+AC+BC}{2} - BC \right)}$$

$$\Rightarrow AD = \frac{2}{79,3158+219,0845} \sqrt{79,3158 \cdot 219,0845 \cdot \frac{79,3158+219,0845+233}{2} \left(\frac{79,3158+219,0845+233}{2} - 233 \right)}$$

$$= 82,3545(\text{cm})$$

Áp dụng hàm số cos trong tam giác ABD ta có:

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2 \cdot AB \cdot AD \cdot \cos \hat{BAD} = 79,3158^2 + 82,3545^2 - 2 \cdot 79,3158 \cdot 82,3545 \cdot \cos 45^\circ$$

$$\Rightarrow BD = 61,9322(\text{cm})$$

b, Xét tam giác vuông AHD, ta có:

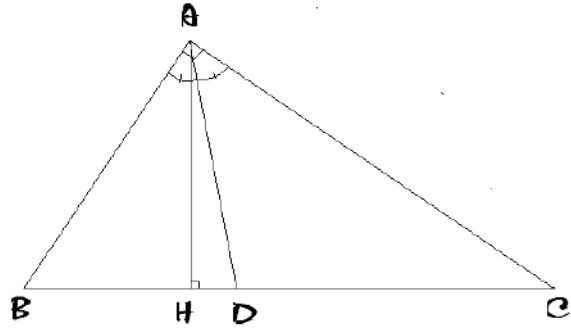
$$\cos \hat{HAD} = \frac{AH}{AD} = \frac{3\sqrt{618}}{82,3545} \Rightarrow \hat{HAD} = \cos^{-1} \frac{3\sqrt{618}}{82,3545} \approx 25^\circ 6'$$

c, Ta có:

$$S_{ABD} = \frac{1}{2} \cdot AH \cdot BD \quad \text{và} \quad S_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot AH \cdot HC = \frac{1}{2} \cdot AH \cdot (BC - BD)$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ABD}}{S_{ADC}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot AH \cdot BD}{\frac{1}{2} \cdot AH \cdot (BC - BD)} = \frac{BD}{BC - BD} = \frac{61,9322}{233 - 61,9322} \approx 0,362$$

Vậy tỉ số $\frac{S_{ABD}}{S_{ADC}} \approx 0,362$



11.7

Giải

Xét 2 tam giác vuông AKD và tam giác BCD ta có:

$$\widehat{DBC} = \widehat{ACD} (\widehat{DBC} + \widehat{DCB} = 90^\circ, \widehat{ACD} + \widehat{DCB} = 90^\circ)$$

$$\Rightarrow \triangle BCD \sim \triangle CAD$$

Ta được tỉ số:

$$\frac{CD}{AD} = \frac{BD}{CD} \Rightarrow CD = \sqrt{AD \cdot BD} = \sqrt{mn}$$

$$\text{Vậy } S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot CD \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{mn} \cdot (m+n)$$

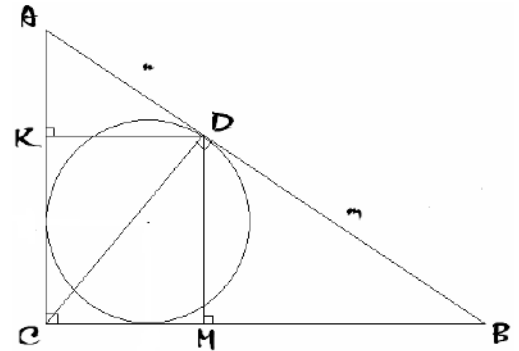
Khi $m = 5,572$ (cm) và $n = 4,205$ (cm) thì ta có:

$$CD = \sqrt{5,572 \cdot 4,205} \approx 4,84 \text{ (cm)} \Rightarrow \widehat{CAD} = \tan^{-1} \frac{CD}{AD} \approx 49^\circ$$

$$\Rightarrow KD = AD \cdot \sin \widehat{CAD} = 4,205 \cdot \sin 49^\circ \approx 3,17 \text{ (cm)}$$

$$\Rightarrow DM = BD \cdot \sin \widehat{DBM} = 5,572 \cdot \sin(90^\circ - 49^\circ) \approx 3,65 \text{ (cm)}$$

$$\text{Vậy } S_{CMDK} = KD \cdot MD = 3,17 \cdot 3,65 \approx 11,6 \text{ (cm}^2\text{)}$$



11.8

Giải

a, Áp dụng công thức ta có:

$$AM = \frac{\sqrt{2AB^2 + 2AC^2 - BC^2}}{2}$$

$$\Rightarrow AM = \frac{\sqrt{2 \cdot 19,7^2 + 2 \cdot 15,08^2 - 23,21^2}}{2} \approx 13,1557 \text{ (cm)}$$

$$AI = \frac{2}{AB+AC} \sqrt{AB \cdot AC \cdot \frac{AB+AC+BC}{2} \left(\frac{AB+AC+BC}{2} - BC \right)}$$

$$\Rightarrow AI = \frac{2}{19,7+15,08} \sqrt{19,7 \cdot 15,08 \cdot \frac{19,7+15,08+23,21}{2} \left(\frac{19,7+15,08+23,21}{2} - 23,21 \right)} \approx 12,8365 \text{ (cm)}$$

Vậy độ dài đường trung tuyến AM là 13,1557 (cm) và độ dài đường phân giác AI là 12,8365 (cm).

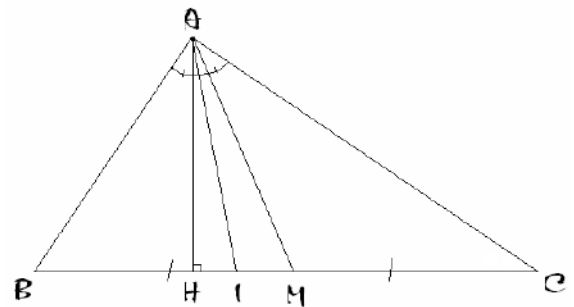
b, Áp dụng hàm số cos cho tam giác ABC, ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{A} \Rightarrow \cos \widehat{A} = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC}$$

$$\text{Hay } \cos \widehat{A} = \frac{19,7^2 + 15,08^2 - 23,21^2}{2 \cdot 19,7 \cdot 15,08} \approx 0,1292$$

$$\Rightarrow \widehat{A} = 82^\circ 34' 26,13''$$

Áp dụng hàm số sin cho tam giác ABC, ta có:



$$\frac{BC}{\sin \hat{A}} = \frac{AC}{\sin \hat{B}} = \frac{AB}{\sin \hat{C}}$$

$$\Rightarrow \sin \hat{B} = \frac{\sin \hat{A} \cdot AC}{BC} = \frac{\sin 82^\circ 34' 26,13'' \cdot 15,08}{23,21} \approx 0,6443$$

$$\Rightarrow \hat{B} = 40^\circ 6' 39,58''$$

$$\Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - \hat{A} - \hat{B} = 180^\circ - 82^\circ 34' 26,13'' - 40^\circ 6' 39,58'' = 57^\circ 18' 54,29''$$

c, Xét tam giác ABH, ta có:

$$AH = AB \cdot \sin \hat{B} = 19,7 \cdot \sin 40^\circ 6' 39,58'' \approx 12,6921(\text{cm})$$

Xét tam giác vuông AHC, ta có:

$$HC = AC \cdot \cos \hat{C} = 15,08 \cdot \cos 57^\circ 18' 54,29'' \approx 8,1435(\text{cm})$$

Vậy độ dài AH và CH lần lượt là 12,6921 (cm) và 8,1435 (cm).

d, Ta có:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AH \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 12,6921 \cdot 23,21 \approx 147,2118(\text{cm}^2)$$

Ta lại có:

$$S_{ABC} = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S_{ABC}} = \frac{19,7 \cdot 15,08 \cdot 23,21}{4 \cdot 147,2118} \approx 11,7095(\text{cm})$$

$$S_{ABC} = p \cdot r \Rightarrow r = \frac{S_{ABC}}{p} = \frac{2 \cdot 147,2118}{19,7 + 15,08 + 23,21} = 5,0771(\text{cm})$$

Vậy khoảng cách giữa 2 tâm của đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp tam giác là:

$$\sqrt{R(R-2r)} = \sqrt{11,7095(11,7095 - 2 \cdot 5,0771)} \approx 4,2857(\text{cm})$$

11.9

Giải

a, Do tam giác ABC là tam giác vuông nên:

$$\hat{B} = 90^\circ - \hat{C} = 90^\circ - 37^\circ 25' = 52^\circ 35'$$

Xét tam giác vuông ABH, ta có:

$$AH = AB \cdot \sin \hat{B} = 2,75 \cdot \sin 52^\circ 35' \approx 2,18(\text{cm})$$

Xét tam giác ABI ta có:

$$\hat{I} = 180^\circ - \hat{A} - \hat{B} = 180^\circ - 45^\circ - 52^\circ 35' = 82^\circ 25'$$

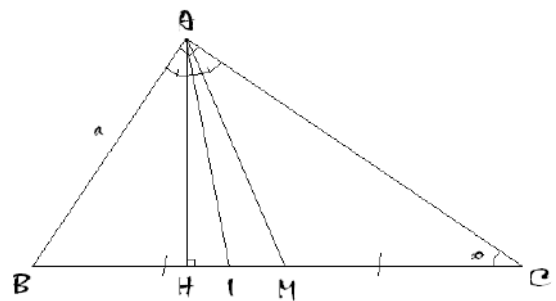
Áp dụng hàm số sin cho tam giác ABI, có:

$$\frac{AB}{\sin \hat{I}} = \frac{AI}{\sin \hat{B}} \Rightarrow AI = \frac{AB \cdot \sin \hat{B}}{\sin \hat{I}} = \frac{2,75 \cdot \sin 52^\circ 35'}{\sin 82^\circ 25'} \approx 2,2(\text{cm})$$

Xét tam giác vuông ABC, ta có:

$$BC = \frac{AB}{\sin \hat{C}} = \frac{2,75}{\sin 37^\circ 35'} = 4,51(\text{cm})$$

Ta lại có: $AM = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \cdot 4,51 \approx 2,25(\text{cm})$



b, Xét tam giác vuông ABH, ta có:

$$BH = AB \cdot \cos \hat{B} = 2,75 \cdot \cos 52^\circ 35' \approx 1,67(\text{cm})$$

Áp dụng hàm số sin cho tam giác ABI, ta có:

$$\frac{AB}{\sin \hat{I}} = \frac{BI}{\sin \hat{A}} \Rightarrow BI = \frac{AB \cdot \sin \hat{A}}{\sin \hat{I}} = \frac{2,75 \cdot \sin 45^\circ}{\sin 82^\circ 25'} \approx 1,96(\text{cm})$$

Ta có: $BM = \frac{1}{2} \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 4,51 \approx 2,25(\text{cm})$

c, Xét tam giác vuông HAM, ta có:

$$\cos \hat{HAM} = \frac{AH}{AM} = \frac{2,18}{2,25} \Rightarrow \hat{HAM} = \cos^{-1} \frac{2,18}{2,25} \approx 14^\circ 20'$$

Xét tam giác vuông HAI, ta có:

$$\cos \hat{HAI} = \frac{AH}{AI} = \frac{2,18}{2,2} \Rightarrow \hat{HAI} = \cos^{-1} \frac{2,18}{2,2} \approx 7^\circ 44'$$

$$\Rightarrow \hat{IAM} = \hat{HAM} - \hat{HAI} = 14^\circ 20' - 7^\circ 44' = 6^\circ 36'$$

Vậy góc $\hat{IAM} = 6^\circ 36'$

d, **Cách 1:** Ta có:

$$S_{IAM} = \frac{1}{2} AI \cdot AM \cdot \sin \hat{IAM} = \frac{1}{2} \cdot 2,2 \cdot 2,25 \cdot \sin 6^\circ 36' \approx 0,28(\text{cm}^2)$$

Cách 2: Ta có:

$$IM = BM - BI = 2,25 - 1,96 = 0,29(\text{cm})$$

$$S_{IAM} = \frac{1}{2} \cdot AH \cdot IM = \frac{1}{2} \cdot 2,18 \cdot 0,29 \approx 0,32(\text{cm}^2)$$

$AB = a = 2,75$ (cm), góc $C = \alpha = 37^\circ 25'$.

11.10

Giải

a, Ta có:

$$BC = AC \cdot \sin \hat{CAB} = a \cdot \sin \alpha$$

$$AB = AC \cdot \cos \hat{CAB} = a \cdot \cos \alpha$$

\Rightarrow Chu vi của hình chữ nhật được tính:

$$2 \cdot (AB + BC) = 2(a \sin \alpha + a \cos \alpha) = 2a(\sin \alpha + \cos \alpha)$$

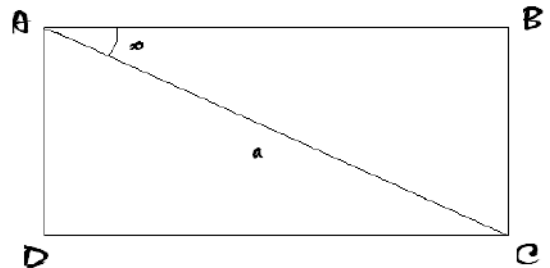
\Rightarrow Diện tích của hình chữ nhật được tính:

$$S_{ABCD} = BC \cdot AB = a \sin \alpha \cdot a \cos \alpha = a^2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

b, Khi $a = 20,09$ (cm); $\alpha = 35^\circ 42'$ thì ta có:

$$P_{ABCD} = 2a(\sin \alpha + \cos \alpha) = 2 \cdot 20,09 \cdot (\sin 35^\circ 42' + \cos 35^\circ 42') \approx 56,0762(\text{cm})$$

$$S_{ABCD} = a^2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha = 20,09^2 \cdot \sin 35^\circ 42' \cdot \cos 35^\circ 42' \approx 191,2635(\text{cm}^2)$$



11.11

a, Xét tam giác vuông BCH, ta có:

$$\widehat{HCB} = 90^\circ - \widehat{HBC} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

Xét tam giác vuông ABC, ta có:

$$AC = \frac{BC}{\cos \widehat{C}} = \frac{10}{\cos 60^\circ} = 20(\text{cm})$$

b, Xét tam giác vuông ABC, ta có:

$$AB^2 = AC^2 - BC^2 = 20^2 - 10^2 = 300$$

$$\Rightarrow AB = 10\sqrt{3} \approx 17,3205(\text{cm})$$

$$S_{ABCD} = AB \cdot BC = 10\sqrt{3} \cdot 10 \approx 173,2051(\text{cm}^2)$$

Ta có:

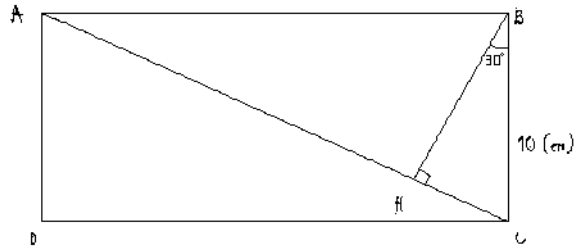
$$S_{BHC} = \frac{1}{2} \cdot BH \cdot HC = \frac{1}{2} \cdot BH \cdot BC \cdot \sin 30^\circ$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot BH \cdot AC$$

$$\Rightarrow \frac{S_{BHC}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot BH \cdot BC \cdot \sin 30^\circ}{\frac{1}{2} \cdot BH \cdot AC} = \frac{BC \cdot \sin 30^\circ}{AC} = \frac{10 \cdot \sin 30^\circ}{20} = \frac{1}{4}$$

Vậy tỉ số $\frac{S_{BHC}}{S_{ABC}} = \frac{1}{4}$

Giải



11.12

a, Theo đề bài ta có:

$$\sin \widehat{DAC} = 0,8 \Rightarrow \widehat{DAC} = \sin^{-1} 0,8 \approx 53^\circ 8'$$

Do tam giác AOD là tam giác cân tại O nên:

$$\widehat{OAD} = \widehat{ODA} = 53^\circ 8'$$

$$\Rightarrow \widehat{AOD} = 180 - 2 \cdot 53^\circ 8' = 73^\circ 44'$$

Vậy $\sin \widehat{AOD} = \sin 73^\circ 44' \approx 0,96$

b, Xét 2 tam giác ACD và tam giác BCD ta có:

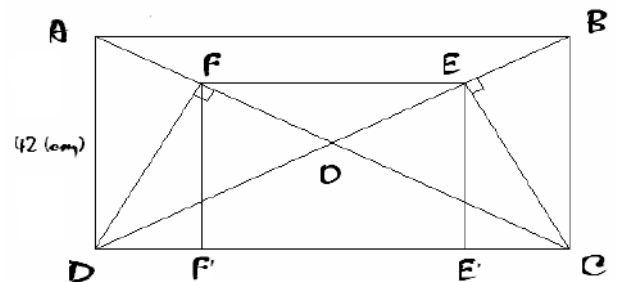
$AD = BC$ (Hai cạnh đối của hình chữ nhật).

$AC = BD$ (Hai đường chéo của hình chữ nhật).

DC là cạnh chung.

$\Rightarrow \Delta ACD = \Delta BDC$ (cạnh – cạnh – cạnh).

Giải



$\Rightarrow \widehat{ACD} = \widehat{BDC}$ (Hai góc tương ứng).

Xét hai tam giác vuông DFC và tam giác vuông CED, ta có:

$\widehat{ACD} = \widehat{BDC}$ (Chứng minh trên).

Cạnh huyền DC là cạnh chung.

$\Rightarrow \Delta DFC = \Delta CED$.

$\Rightarrow FD = CE$ (Hai cạnh tương ứng). (1)

$\Rightarrow \widehat{FDC} = \widehat{ECD}$ (Hai góc tương ứng). (2)

Từ (1) và (2) \Rightarrow tứ giác DFEC là hình thang cân.

c, Từ E và F kẻ đường thẳng EE', FF'' vuông góc với DC (E', F' \in DC).

Xét tam giác vuông ACD, ta có:

$$DC = AD \cdot \tan \widehat{DAC} = 42 \cdot \frac{4}{3} = 56(\text{cm})$$

Xét tam giác vuông DAF, ta có:

$$DF = AD \sin \widehat{DAC} = 42 \cdot 0,8 = 33,6(\text{cm})$$

Ta lại có: $\widehat{FDC} + \widehat{FCD} = 90^\circ$ và $\widehat{FDC} + \widehat{DAC} = 90^\circ$

$\Rightarrow \widehat{FDC} = \widehat{DAC}$

Xét tam giác DFF', ta có:

$$FF' = DF \cdot \sin \widehat{FDF'} = 33,6 \cdot 0,8 = 26,88(\text{cm})$$

$$DF'^2 = FD^2 - FF'^2 = 33,6^2 - 26,88^2$$

$$\Rightarrow DF' = 20,16(\text{cm})$$

Do $DF' = CE'$ nên $F'E' = DC - 2DF' = 56 - 2 \cdot 20,16 = 15,68(\text{cm})$

$$\text{Vậy } S_{DCEF} = \frac{1}{2}(EF + DC) \cdot FF' = \frac{1}{2}(15,68 + 56) \cdot 26,88 = 963,3792(\text{cm}^2)$$

11.13

Giải

Xét tam giác vuông ABN, ta có:

$$\tan \widehat{BAN} = \frac{BN}{AB} = \frac{1,8}{5} \Rightarrow \widehat{BAN} = \tan^{-1} \frac{1,8}{5} \approx 19^\circ 48'$$

Xét tam giác vuông BCM, ta có:

$$\tan \widehat{BMC} = \frac{BC}{BM} = \frac{3}{5-1,5} \Rightarrow \widehat{BMC} = \tan^{-1} \frac{3}{3,5} \approx 40^\circ 36'$$

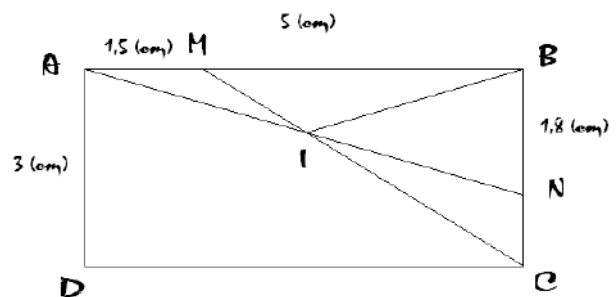
$$\Rightarrow \widehat{AMI} = 180^\circ - \widehat{BMC} = 180^\circ - 40^\circ 36' = 139^\circ 24'$$

Áp dụng hàm số sin cho tam giác AMI, ta

có:

$$\frac{AI}{\sin \widehat{AMI}} = \frac{AM}{\sin \widehat{AIM}} \Rightarrow AI = \frac{AM \cdot \sin \widehat{AMI}}{\sin(180^\circ - \widehat{AMI} - \widehat{MAI})} = \frac{1,5 \cdot \sin 139^\circ 24'}{\sin(180^\circ - 139^\circ 24' - 19^\circ 48')} = 2,7487(\text{cm})$$

Áp dụng hàm số cos cho tam giác ABI, ta có:



Kinh nghiệm giải Toán trên máy tính Casio II

$$IB^2 = AI^2 + AB^2 - 2.AI.AB.\cos\hat{I}AB = 2,7487^2 + 5^2 - 2.2,7487.5.\cos 19^\circ 48' \approx 6,6932$$

$$\Rightarrow IB = 2,5871(\text{cm})$$

Xét tam giác vuông BCM, ta có:

$$\hat{A}NB = 90^\circ - \hat{B}AN = 90^\circ - 19^\circ 48' = 70^\circ 12'$$

$$\Rightarrow \hat{I}NC = 180^\circ - \hat{A}NB = 180 - 70^\circ 12' = 109^\circ 48'$$

Áp dụng hàm số sin cho tam giác INC, ta có:

$$\frac{CN}{\sin \hat{C}IN} = \frac{CI}{\sin \hat{I}NC} \Rightarrow CI = \frac{CN.\sin \hat{I}NC}{\sin \hat{C}IN} = \frac{(3-1,8)\sin 109^\circ 48'}{\sin(180^\circ - 139^\circ 24' - 19^\circ 48')} \approx 3,1792(\text{cm}) \quad \{\hat{C}IN = \hat{A}IM\}$$

Vậy độ dài các đoạn IA = 2,7487; IB = 2,5871 và IC = 3,179

11.14

Giải

a, Do EF là đường trung bình của tam giác ABH nên:

$$EF \parallel AB \text{ và } EF = \frac{1}{2}AB$$

Giả lại: $AB \parallel CD$ và $CG = \frac{1}{2}DC$

Mà $AB = CD \Rightarrow EF \parallel GC$ và $EF = GC$

\Rightarrow Tứ giác EFCG là hình bình hành.

b, Ta có: $\triangle ABH \cong \triangle BCH$

Mà BE và CF là 2 đường trung tuyến tương ứng.

$$\Rightarrow \hat{A}BE = \hat{B}CF$$

Lại có: $\hat{A}BE = \hat{B}EF$ (Hai góc so le trong) $\Rightarrow \hat{B}CF = \hat{B}EF$

Do CFEG là hình bình hành nên $\hat{G}CF = \hat{G}EF$.

$$\hat{G}CF + \hat{B}CF = 90^\circ \Rightarrow \hat{B}EF + \hat{G}EF = \hat{B}EG = 90^\circ$$

Vậy góc BEG là góc vuông.

c, Khi BH = 17,25 (cm), góc BAC = $30^\circ 40'$ thì:

$$AB = BH.\sin \hat{B}AC = 17,25.\sin 30^\circ 40' \approx 8,8(\text{cm})$$

$$BC = AB.\tan 30^\circ 40' \approx 5,22(\text{cm})$$

$$\text{Vậy } S_{ABCD} = AB.BC = 8,8.5,22 \approx 45,9(\text{cm}^2)$$

d, Độ dài đường chéo AC là:

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{8,8^2 + 5,22^2} \approx 10,23(\text{cm})$$

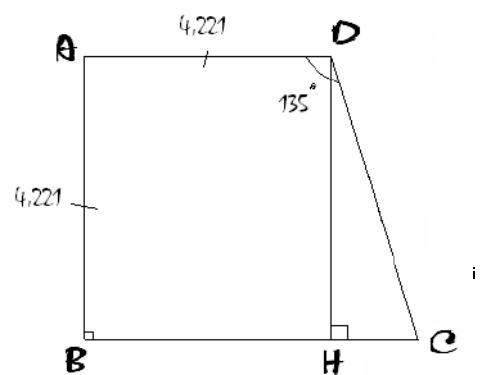
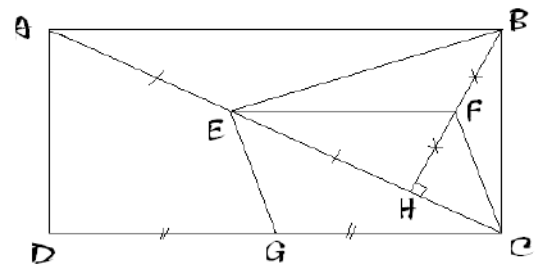
11.15

Giải

Kẻ đường BH vuông góc với BC (H ∈ BC)

Ta có: $\hat{C}DH = 135^\circ - 90^\circ = 45^\circ$

Xét tam giác vuông CDH, ta có:



$$DC = \frac{DH}{\cos \widehat{CDH}} = \frac{4,221}{\cos 45^\circ} \approx 5,969(\text{cm})$$

$$HC^2 = DC^2 - DH^2 = 5,969^2 - 4,221^2 \Rightarrow HC = 4,221(\text{cm})$$

$$\Rightarrow BC = BH + HC = 4,221 + 4,221 = 8,442(\text{cm})$$

Chu vi của hình thang là:

$$P_{ABCD} = BA + AD + DC + CB = 4,221 + 4,221 + 5,969 + 8,442 = 22,853(\text{cm})$$

Diện tích của hình thang là:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(4,221 + 8,442) \cdot 4,221 \approx 26,725(\text{cm}^2)$$

11.16

Giải

a, Xét tam giác vuông BCK, ta có:

$$BK = BC \cdot \sin \widehat{BCK} = 3,2 \cdot \sin 30^\circ = 1,6(\text{cm})$$

$$KC = BC \cdot \cos \widehat{BCK} = 3,2 \cdot \cos 30^\circ \approx 2,7713(\text{cm})$$

Ta lại có:

$$DC = DH + HK + KC = AB + 2KC \quad \{AB = HK; DH = KC\}$$

$$= 2,5 + 2 \cdot 2,7713 = 8,0426(\text{cm})$$

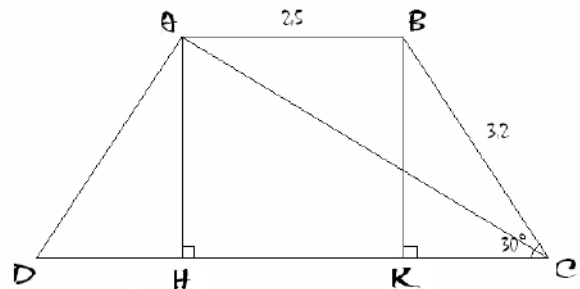
Diện tích của hình thang ABCD là:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AB + CD) \cdot BK = \frac{1}{2}(2,5 + 8,0426) \cdot 1,6 \approx 8,4341(\text{cm}^2)$$

b, dụng hàm số cos cho tam giác ABC, ta có:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \widehat{ABC} = 2,5^2 + 3,2^2 - 2 \cdot 2,5 \cdot 3,2 \cdot \cos(180^\circ - 30^\circ)$$

$$\Rightarrow AC = 5,5086(\text{cm})$$



11.17

Giải

a, Xét 2 tam giác ABD và tam giác DBC, ta có:

$$\widehat{DAB} = \widehat{CBD} \text{ (Giả thiết).}$$

$$\widehat{ABD} = \widehat{BDC} \text{ (Hai góc so le).}$$

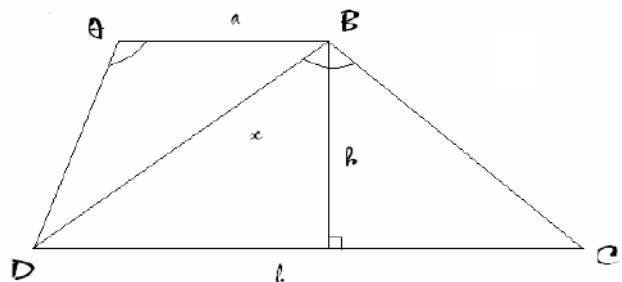
$$\Rightarrow \triangle DAB \sim \triangle CBD$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{BD} = \frac{BD}{DC} \text{ hay } \frac{a}{x} = \frac{x}{b} \Rightarrow x^2 = ab = 12,5 \cdot 28,5$$

$$\Rightarrow x = 18,87(\text{cm})$$

b, Ta có:

$$S_{ABD} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h \text{ và } S_{BCD} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h$$



$$\Rightarrow \frac{S_{ABD}}{S_{BCD}} = \frac{\frac{1}{2}.a.h}{\frac{1}{2}.b.h} = \frac{a}{b} = \frac{12,5}{28,5} = \frac{25}{57}$$

Vậy tỉ số giữa hai tam giác là $\frac{S_{ABD}}{S_{BCD}} = \frac{25}{57}$

11.18

Giải

a, Gọi I là giao điểm của 2 đường chéo.

Ta có: $ID = IC = \frac{DC}{\sqrt{2}}$ (Vì ΔIDC vuông cân tại I).

Ta lại có: ΔIBC vuông tại I nên:

$$IA = IB = \sqrt{BC^2 - IC^2} = \sqrt{BC^2 - \frac{DC^2}{2}}$$

$$AB = IA\sqrt{2} = IB\sqrt{2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{BC^2 - \frac{DC^2}{2}} = \sqrt{2BC^2 - DC^2}$$

Vậy công thức tính độ dài đáy lớn là:

$$AB = \sqrt{2BC^2 - DC^2}$$

b, Khi $CD = 16,45$ (cm), $BC = 30,1$ (cm) thì độ dài đáy lớn là:

$$AB = \sqrt{2BC^2 - DC^2} = \sqrt{2.30,1^2 - 16,45^2} = 39,2609(\text{cm})$$

11.19

Giải

a, Gọi I là giao điểm của 2 đường chéo.

Xét tam giác vuông cân DCI, ta có:

$$ID = IC = DC \cdot \sin 45^\circ = 15,34 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 10,847(\text{cm})$$

Xét tam giác vuông cân AIB, ta có:

$$IA = IB = AB \cdot \sin 45^\circ = 24,352 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 17,2195(\text{cm})$$

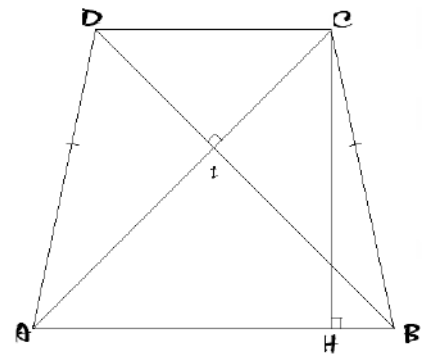
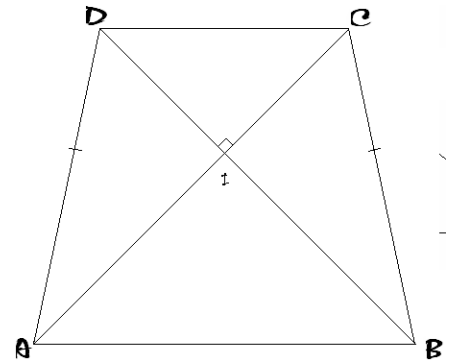
Vậy độ dài 2 cạnh bên là:

$$AD = BC = \sqrt{DI^2 + AI^2} = \sqrt{10,847^2 + 17,2195^2} \approx 20,3511(\text{cm})$$

b, **Cách 1:** Từ C kẻ đường cao vuông góc với AB tại H ($H \in AB$)

Ta có: $2HB = AB - CD = 24,352 - 15,34 = 9,012 \Rightarrow HB = 4,506(\text{cm})$

$$\Rightarrow CH = \sqrt{CB^2 - BH^2} = \sqrt{20,3511^2 - 4,506^2} \approx 19,846(\text{cm})$$



Vậy diện tích của hình thang cân là:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AB+CD).CH = \frac{1}{2}(15,34+24,352).19,846 \approx 393,8637(\text{cm}^2)$$

Cách 2: Ta có:

$$\begin{aligned} S_{ABCD} &= S_{DCI} + S_{CDB} + S_{AIB} + S_{DIA} = \frac{1}{2}(ID.IC + IC.IB + IB.IA + IA.ID) \\ &= \frac{1}{2}(10,847.10,847 + 10,847.17,2195 + 17,2195.17,2195 + 17,2195.10,847) \approx 393,8642(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

Cách 3: Áp dụng công thức diện tích của hình thang cân có hai đường chéo vuông góc bằng $\frac{1}{2}$ tích hai đường chéo.

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}.AC.BD = \frac{1}{2}.(IA+IC)^2 = \frac{1}{2} \left(24,352 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + 15,34 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 \approx 393,8637(\text{cm}^2)$$

11.20

Giải

a, Do $\widehat{K\hat{A}H} + \widehat{K\hat{C}H} = 180^\circ$ và $\widehat{A\hat{D}C} + \widehat{K\hat{C}H} = 180^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{A\hat{D}C} = \widehat{A\hat{B}C} = \widehat{K\hat{A}H} = \alpha$$

$$\Rightarrow AH = a \cdot \sin \alpha$$

$$\Rightarrow AK = b \sin \alpha$$

b, Ta có:

$$k = \frac{S_{ABCD}}{S_{HAK}} = \frac{a \cdot b \cdot \sin \alpha}{\frac{1}{2} a \cdot \sin \alpha \cdot b \sin \alpha \cdot \sin \alpha} = \frac{2}{\sin^2 \alpha}$$

c, Ta có:

$$S_0 = S_{ABCD} - S_{HAK} = ab \cdot \sin \alpha - \frac{1}{2} \cdot ab \cdot \sin^3 \alpha$$

d, Áp dụng được:

$$AH = a \sin \alpha = 29,1945 \cdot \sin 45^\circ 38' 25'' \approx 20,873(\text{cm})$$

$$AK = b \sin \alpha = 198,2001 \cdot \sin 45^\circ 38' 25'' \approx 141,706(\text{cm})$$

$$k = \frac{S_{ABCD}}{S_{HAK}} = \frac{2}{\sin^2 \alpha} = \frac{2}{\sin^2 45^\circ 38' 25''} \approx 3,9126$$

$$\begin{aligned} S_0 &= ab \cdot \sin \alpha - \frac{1}{2} \cdot ab \cdot \sin^3 \alpha = 29,1945 \cdot 198,2001 \cdot \sin 45^\circ 38' 25'' - \frac{1}{2} \cdot 29,1945 \cdot 198,2001 \cdot \sin^3 45^\circ 38' 25'' \\ &\approx 3079,6633(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

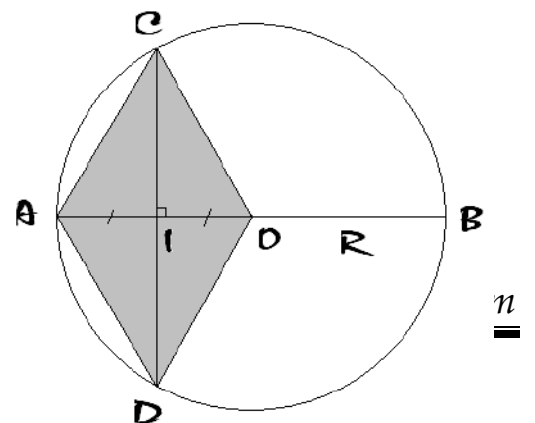
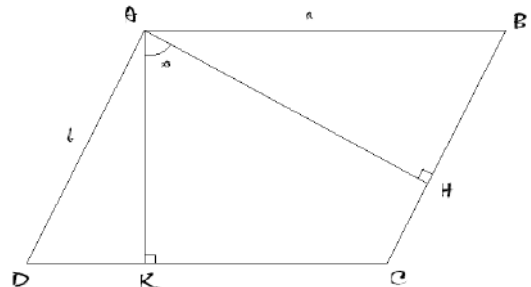
11.21

Giải

a, Do dây cung CD vuông góc với đường kính AB

nên $IC = ID$

Theo giả thiết ta có:



IA = IO và AO ⊥ CD

⇒ Tứ giác ACDO là hình thoi.

b, Ta có:

OC = OA = AC = R

⇒ Δ ACO là tam giác đều.

$$IC = \frac{\sqrt{3}}{2} CA = \frac{\sqrt{3}}{2} R \Rightarrow CD = 2 \frac{\sqrt{3}}{2} R = \sqrt{3} R$$

Diện tích của hình thoi ACOD là:

$$S_{ACOD} = \frac{1}{2} AO \cdot CD = \frac{1}{2} R \cdot \sqrt{3} R = \frac{\sqrt{3}}{2} R^2$$

c, Khi R = 5,789 (cm) thì diện tích của hình thoi ACOD là:

$$S_{ACOD} = \frac{\sqrt{3}}{2} R^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 5,789^2 \approx 29,0227(\text{cm}^2)$$

11.22

Giải

a, Xét tam giác vuông BAO, ta có:

$$\cos \alpha = \frac{OB}{OA} = \frac{R}{a} \Rightarrow \alpha = \cos^{-1} \frac{R}{a}$$

b. Diện tích của tứ giác BACO là:

$$S_{ABOC} = 2 \cdot S_{ABO} = 2 \cdot \frac{1}{2} OB \cdot OB \cdot \sin \alpha = R \cdot a \cdot \sin \alpha$$

Diện tích hình quạt chứa cung BC là:

$$S_1 = \frac{R^2 \cdot \pi \cdot 2\alpha}{360}$$

Vậy diện tích S của phần mặt phẳng giới hạn bởi 2 tiếp tuyến AB, AC và cung nhỏ BC là:

$$S = S_{ABOC} - S_1 = R \cdot a \cdot \sin \alpha - \frac{R^2 \cdot \pi \cdot 2\alpha}{360} = R a \left(\sin \alpha - \frac{2\pi R}{360} \right)$$

c, Quy trình ấn phím liên tục tính góc α và diện tích S là:

3,15 shift STO B (Nhớ số R vào biến B).

7,85 shift STO A (Nhớ giá trị a vào biến A).

Tính góc α bấm:

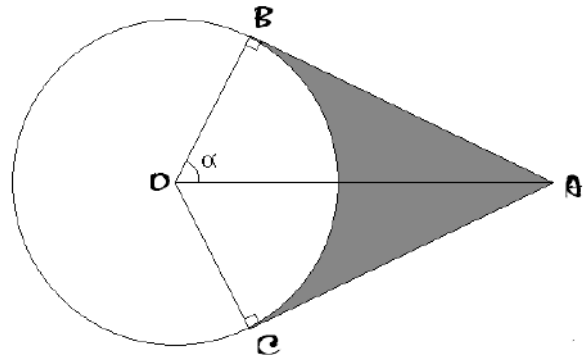
Shift cos⁻¹ (alpha B ÷ alpha A) = .

Tính diện tích S bấm:

Alpha B × alpha A × (sin Ans – 2 × shift π × alpha B ÷ 360 =

Kết quả: α = 66°20'31,78"; S = 21,29 (cm²).

11.23



Giải

a, Xét tam giác vuông BCE ta có:

$$\widehat{E\hat{C}B} + \widehat{E\hat{C}B} = 90^\circ$$

Mà $\widehat{A\hat{E}D} = \widehat{B\hat{C}E}$

$$\Rightarrow \widehat{D\hat{E}A} + \widehat{C\hat{E}B} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{D\hat{E}C} = 180^\circ - (\widehat{D\hat{E}A} + \widehat{C\hat{E}B}) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

Vậy số đo góc $\widehat{D\hat{E}C} = 90^\circ$

b, Xét tam giác vuông DAE, ta có:

$$DE^2 = AD^2 + AE^2 = 10^2 + 15^2 \Rightarrow DE \approx 18,0278(\text{cm})$$

$$\tan \widehat{A\hat{E}D} = \frac{AD}{AE} = \frac{10}{15} \Rightarrow \widehat{A\hat{E}D} = \tan^{-1} \frac{10}{15} \approx 33^\circ 41'$$

$$\Rightarrow \widehat{A\hat{E}D} = \widehat{B\hat{C}E} = 33^\circ 41'$$

Xét tam giác vuông BCE, ta có:

$$BC = EB \cdot \cot \widehat{E\hat{C}B} = 12 \cdot \cot 33^\circ 41' = 18(\text{cm})$$

$$EC^2 = EB^2 + CB^2 = 12^2 + 18^2 \Rightarrow EC \approx 21,6333(\text{cm})$$

Vậy diện tích tứ giác ABCD và diện tích tam giác DEC là:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot AB = \frac{1}{2}(10 + 18)(15 + 12) = 378(\text{cm}^2)$$

$$S_{DEC} = \frac{1}{2} \cdot DE \cdot EC = \frac{1}{2} \cdot 18,0278 \cdot 21,6333 = 195(\text{cm}^2)$$

c, Tỷ số phần trăm giữa $S_{\Delta DEC}$ và S_{ABCD} là:

$$\%S_{\Delta DEC} = \frac{195}{195 + 378} \approx 34\%$$

$$\Rightarrow \%S_{ABCD} = 100\% - 34\% = 66\%$$

11.24

Giải

a, Ta có:

$$\widehat{A\hat{O}M} = \widehat{M\hat{C}B} \text{ (Cùng bù với góc MOB)}$$

$$\Rightarrow \widehat{D\hat{O}A} = \frac{1}{2} \widehat{M\hat{O}A} = \frac{1}{2} \cdot 57^\circ = 28,5^\circ$$

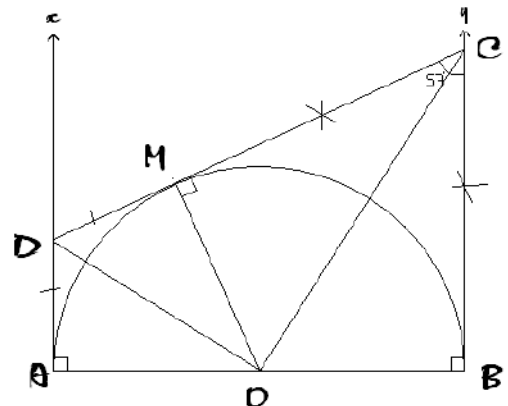
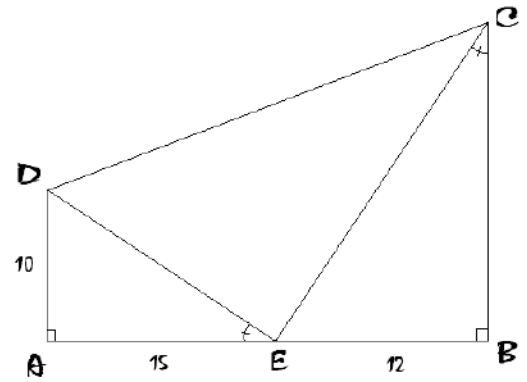
Xét tam giác vuông AOD, ta có:

$$AD = OA \cdot \tan \widehat{D\hat{O}A} = \frac{25}{2} \cdot \tan 28,5^\circ \approx 6,7869(\text{cm})$$

Xét tam giác vuông OBC, ta có:

$$BC = OB \cdot \cot \widehat{O\hat{C}B} = \frac{25}{2} \cdot \cot \left(\frac{57^\circ}{2} \right) = 23,0221(\text{cm})$$

Vậy diện tích của tứ giác ABCD là:



$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot (AD + BC) \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot (6,7869 + 23,0221) \cdot 25 = 372,6125 (\text{cm}^2)$$

b, Ta có:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot (AD + BC) \cdot AB$$

⇒ Diện tích tứ giác ABCD đạt giá trị nhỏ nhất khi AD + BC đạt giá trị nhỏ nhất.

$$\text{Mà: } AD + BC = OA \cdot \tan \widehat{DOA} + OB \cdot \cot \widehat{OCB} = OA \left(\tan \frac{\widehat{MCB}}{2} + \cot \frac{\widehat{MCB}}{2} \right)$$

Nên AD + BC đạt giá trị nhỏ nhất khi $\tan \frac{\widehat{MCB}}{2} + \cot \frac{\widehat{MCB}}{2}$

$$\text{Ta lại có: } \tan \frac{\widehat{MCB}}{2} + \cot \frac{\widehat{MCB}}{2} \geq 2 \sqrt{\tan \frac{\widehat{MCB}}{2} \cdot \cot \frac{\widehat{MCB}}{2}} = 2$$

⇒ Giá trị nhỏ nhất của $\tan \frac{\widehat{MCB}}{2} + \cot \frac{\widehat{MCB}}{2}$ là 2 khi $\tan \frac{\widehat{MCB}}{2} = \cot \frac{\widehat{MCB}}{2} \Leftrightarrow \frac{\widehat{MCB}}{2} = 45^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{MCB} = 90^\circ$$

Vậy để S_{ABCD} đạt giá trị nhỏ nhất thì M thuộc nửa đường tròn sao cho MO vuông góc AB.

c, Khi $\widehat{MCB} = 90^\circ$ thì:

$$AD = OA \cdot \tan \widehat{DOA} = \frac{25}{2} \cdot \tan 45^\circ = 12,5 (\text{cm})$$

$$BC = OB \cdot \cot \widehat{OCB} = \frac{25}{2} \cdot \cot 45^\circ = 12,5 (\text{cm})$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của S_{ABCD} là:

$$S_{\min ABCD} = \frac{1}{2} \cdot (AD + BC) \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot (12,5 + 12,5) \cdot 25 = 312,5 (\text{cm}^2)$$

11.25

Giải

a, Áp dụng hàm số cos cho tam giác ADC, ta có:

$$AC^2 = DA^2 + DC^2 - 2 \cdot DA \cdot DC \cdot \cos D$$

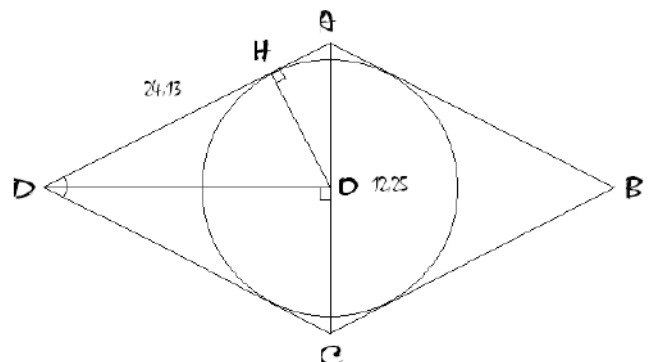
$$\Rightarrow \cos \widehat{D} = \frac{24,13^2 + 24,13^2 - 12,25^2}{2 \cdot 24,13 \cdot 24,13} \approx 0,8711$$

$$\Rightarrow \widehat{D} = \widehat{C} \approx 29^\circ 24' 32,18''$$

$$\Rightarrow \widehat{A} = \widehat{B} = 180^\circ - 29^\circ 24' 32,18'' = 150^\circ 35' 27,82''$$

b, Kẻ đường OH vuông góc với AD, H thuộc AD.

Xét tam giác vuông OAD, ta có:



$$OD^2 = AD^2 - OA^2 = 24,13^2 - \left(\frac{12,25}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow OD \approx 23,3397(\text{cm})$$

Áp dụng hệ thức cạnh trong tam giác ADO, ta có:

$$OD.OA = OH.AD \Rightarrow OH = \frac{OA.OD}{AD} = \frac{6,125.23,3397}{24,13} \approx 5,9244(\text{cm})$$

Vậy diện tích của hình tròn (O) nội tiếp hình thoi là: $S_1 = OH^2 \cdot \pi = 5,9244^2 \cdot \pi = 110,265(\text{cm}^2)$

c, Ta có cạnh của tam giác đều ngoại tiếp đường tròn (O; r) là:

$$a = 2\sqrt{3}.r = 2\sqrt{3}.5,9244 \approx 20,5227(\text{cm})$$

Vậy diện tích tam giác đều ngoại tiếp đường tròn (O) là:

$$S_2 = \frac{1}{2}a^2 \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2}.20,5227^2 \cdot \sin 60^\circ = 182,3772(\text{cm}^2)$$

11.27

Giải

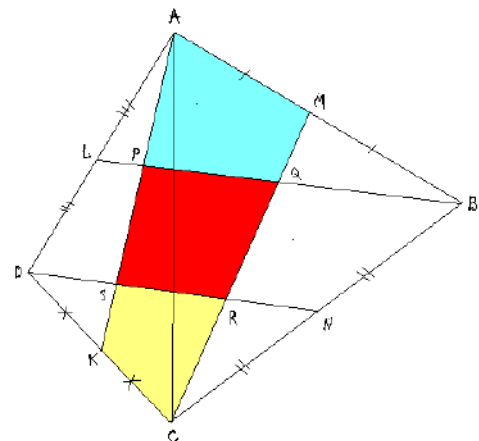
$$\text{Vì: } S_{AKCM} = S_{ACK} + S_{ACM} = \frac{1}{2}(S_{ACD} + S_{ABC}) = \frac{S_{ABCD}}{2} = \frac{S_0}{2}$$

$$\text{Nên: } S_{PQRS} = S_{ARCM} - S_{AMQP} - S_{CKRS} = \frac{S_0}{2} - S_1 - S_2$$

Khi $S_0 = 142857 \times 371890923546$; $S_1 = 6459085826622$ và $S_2 = 7610204246931$.

Ta có: $S_0 = 53127221665010922$

$$S_{PQRS} = \frac{53127221665010922}{2} - 6459085826622 - 7610204246931 = 2654951542431908(\text{dvdt})$$



11.28

Giải

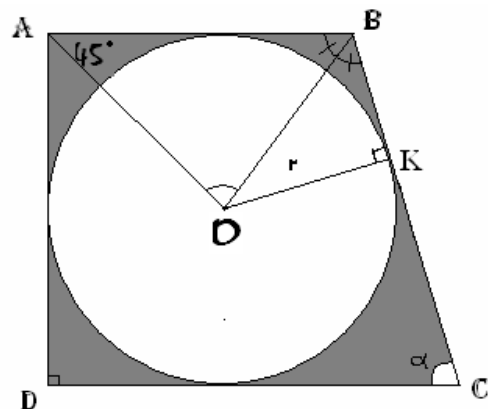
a, Ta có:

$$AD = 2r$$

$$BC = \frac{2r}{\sin \alpha}$$

$$OB = \frac{r}{\sin \left[\frac{1}{2}(180^\circ - \alpha) \right]}$$

$$\frac{OB}{\sin 45^\circ} = \frac{AB}{\sin \left(180^\circ - 45^\circ - 90^\circ + \frac{1}{2}\alpha \right)} = \frac{AB}{\sin \left(45^\circ + \frac{1}{2}\alpha \right)}$$



$$\Rightarrow AB = \frac{r \cdot \sin\left(45^\circ + \frac{1}{2}\alpha\right) \cdot \sqrt{2}}{\sin\left(90^\circ - \frac{1}{2}\alpha\right)}$$

$$\Rightarrow DC = \frac{r \cdot \sin\left(45^\circ + \frac{1}{2}\alpha\right) \cdot \sqrt{2}}{\sin\left(90^\circ - \frac{1}{2}\alpha\right)} + 2r \cdot \cot\alpha$$

b, Ta có:

$$P = 2r + \frac{2r}{\sin\alpha} + 2 \cdot \frac{r \cdot \sin\left(45^\circ + \frac{1}{2}\alpha\right) \cdot \sqrt{2}}{\sin\left(90^\circ - \frac{1}{2}\alpha\right)} + 2r \cdot \cot\alpha$$

$$S = \frac{1}{2} \left(2 \cdot \frac{r \cdot \sin\left(45^\circ + \frac{1}{2}\alpha\right) \cdot \sqrt{2}}{\sin\left(90^\circ - \frac{1}{2}\alpha\right)} + 2r \cdot \cot\alpha \right) \cdot 2r - r^2\pi = 2 \cdot \frac{r^2 \cdot \sin\left(45^\circ - \frac{1}{2}\alpha\right) \cdot \sqrt{2}}{\sin\left(90^\circ - \frac{1}{2}\alpha\right)} + 2r^2 \cdot \cot\alpha - r^2\pi$$

c, Khi $r = 10$ (cm); $\alpha = 65^\circ$ thì ta tính được là:

$$P \approx 84,14(\text{cm})$$

$$S \approx 106,52(\text{cm}^2)$$

11.29

Giải

Theo đề bài ta có:

$$20 = \frac{1}{2}(3+5)2r \Rightarrow r = 2,5(\text{m})$$

Diện tích hình tròn nội tiếp hình thang là:

$$S_1 = r^2 \cdot \pi \approx 19,635(\text{m}^2)$$

Diện tích của phần nằm giữa hình thang và hình tròn là:

$$S = 20 - S_1 = 20 - 19,635 = 0,368(\text{m}^2)$$

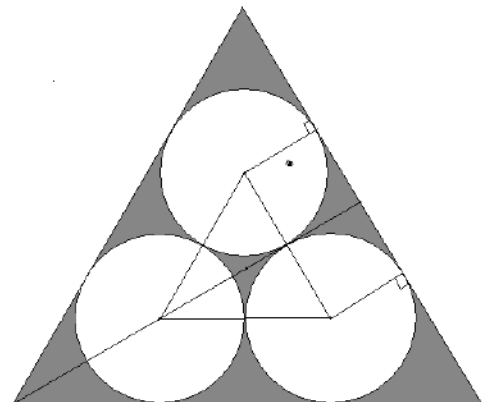
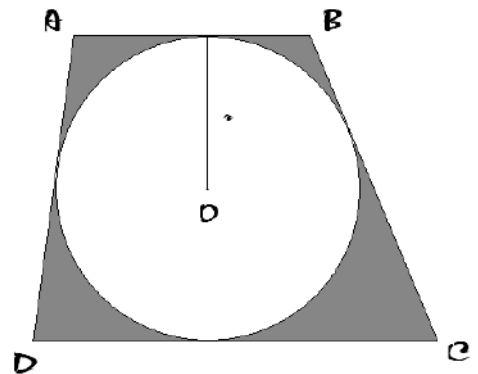
Vậy diện tích phần tô đậm là $0,368$ (m²).

11.30

Giải

Ta có: Tam giác ngoại tiếp ba đường tròn là tam giác đều.

Nối 3 tâm của hình tròn t được một tam giác đều cạnh $2r$.



Mà lại có: Trong tam giác đều thì đường phân giác cũng chính là đường cao, đường trung tuyến.

$$\Rightarrow \frac{1}{3}h_{\Delta_2} = \frac{1}{3}.2r.\sin 60^\circ \approx 2,31(\text{cm})$$

$$\text{Giả lại: } \frac{1}{3}h_{\Delta_1} = \frac{1}{3}h_{\Delta_2} + r = 5,31(\text{cm}) \Rightarrow h_{\Delta_1} \approx 15,93(\text{cm})$$

$$\Rightarrow a_{\Delta_1} \approx 18,39(\text{cm})$$

$$\Rightarrow \text{Diện tích của tam giác lớn là: } S_{\Delta_1} = \frac{1}{2}15,93.18,39 \approx 146,48(\text{cm}^2)$$

$$\text{Vậy phần diện tích cần tìm là: } S = S_{\Delta_1} - 3.r^2.\pi = 146,48 - 3.3^2.\pi \approx 61,66(\text{cm}^2)$$

11.31

Giải

Nối 3 tâm của đường tròn ta được một tam giác đều cạnh $a = 2r = 2.3 = 6$ (cm)

Diện tích của tam giác đều đó là:

$$S_1 = \frac{1}{2}a^2.\sin 60^\circ = \frac{1}{2}.6^2.\sin 60^\circ \approx 15,58846(\text{cm}^2)$$

Diện tích phần trắng trong tam giác đều là:

$$S_2 = 3.\frac{r^2.\pi.60^\circ}{360^\circ} = 3.\frac{3^2.\pi.60}{360} \approx 14,13717(\text{cm}^2)$$

Diện tích hình giới hạn bởi ba đường tròn bán kính 3 (cm) tiếp xúc nhau từng đôi một cần tìm là:

$$S = S_1 - S_2 = 15,58846 - 14,13717 = 1,45129(\text{cm}^2)$$

11.32

a, Diện tích của phần tô đậm là:

$$S = 8.\left[\left(\frac{AB}{2}\right)^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2.\pi.\frac{90}{360}\right] = 386,28(\text{cm}^2)$$

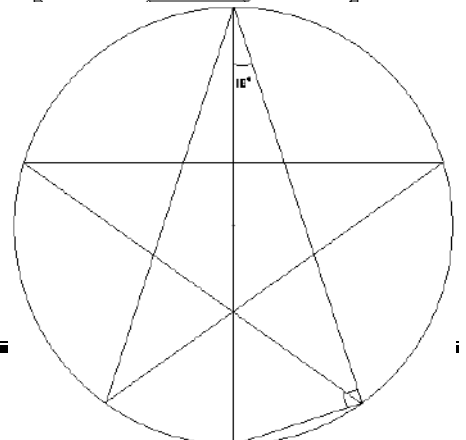
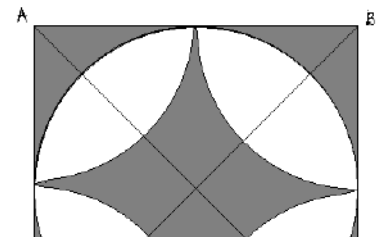
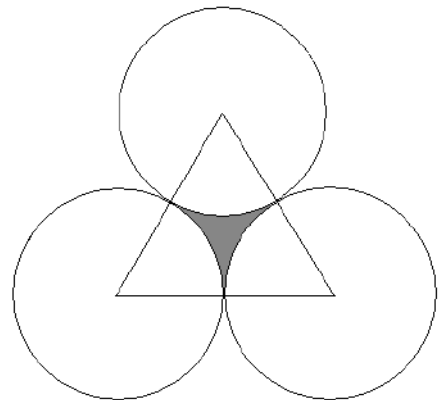
b, Phần trăm giữa diện tích phần tô đậm với diện tích viên gạch là:

$$\frac{S}{S_0} = \frac{386,28}{30^2} = 42,92\%$$

Vậy phần trăm diện tích cần tìm là 42,92%.

11.33

1. Từ hình vẽ, ta có:



Đường kính hình tròn ngoại tiếp ngôi sao là:

$$d = \frac{9,651}{\cos 18^\circ} \approx 10,14766193 \text{ (cm)}$$

Vậy bán kính đường tròn ngoại tiếp là:

$$r = \frac{d}{2} = \frac{10,14766193}{2} \approx 5,073830963 \text{ (cm)}$$

2. Từ hình vẽ, ta có:

Khoảng cách giữa 2 đỉnh không liên tiếp của ngôi sao 5 cách nội tiếp trong đường tròn có bán kính $R = 5,712$ (cm) là:

$$a = d \cdot \cos 18^\circ = 2R \cdot \cos 18^\circ = 2 \cdot 5,712 \cdot \cos 18^\circ \approx 10,8649 \text{ (cm)}$$

3. Từ hình vẽ, ta có:

Khoảng cách giữa 2 đỉnh không liên tiếp của ngôi sao 5 cách nội tiếp trong đường tròn có bán kính $R = 9$ (cm) là:

$$a = d \cdot \cos 18^\circ = 2R \cdot \cos 18^\circ = 2 \cdot 9 \cdot \cos 18^\circ \approx 17,119 \text{ (cm)}.$$

LỜI GIẢI ĐỀ TỔNG HỢP

TUYỂN TẬP ĐỀ THI HUYỆN BÌNH LONG, TỈNH BÌNH PHƯỚC

Các năm học: 2004 – 2005, 2005 – 2006, 2006 – 2007, 2007 – 2008, 2008 – 2009.

Do trong 2 tháng hè ít ỏi, nên cập nhật các đề thi và phân lời giải đề tổng hợp chưa soạn kịp. Rất mong quý thầy cô và các bạn đóng góp nhiều ý kiến, đưa ra những khuyết điểm cần sửa chữa và ưu điểm cần phát huy của tài liệu để sang năm học 2010 – 2011 sẽ hoàn thiện hơn. Hy vọng rằng phiên bản 93.1.1 năm sau sẽ có được nhiều bài tập mới, những cách giải hay từ phía thầy cô, các bạn. Tham khảo cách viết bài phần cuối trang.

PHẦN III: MỘT SỐ BÀI TẬP HAY 2009 - 2010

Bài 1:(6 điểm) Trình bày một phương pháp tính chính xác của giá trị biểu thức.

Không được kết hợp cộng trên giấy.

$$A = 1122334455 \times 5544332211$$

$$B = 123456789^2$$

$$C = \left(\frac{10^{12} + 2}{3} \right)^2$$

Bài 2:(5 điểm) Cho dãy số:

$$\begin{cases} a_1 = 1; b_1 = 2; c_1 = 3 \\ a_{n+1} = a_n + 2b_n + 3c_n \\ b_{n+1} = 2a_n + 3b_n + c_n \\ c_{n+1} = 3a_{n+1} + b_{n+1} + 2c_n \end{cases}$$

a, Viết quy trình ấn phím liên tục tính $a_{n+1}; b_{n+1}; c_{n+1}$

b, Tính $a_{n+1}; b_{n+1}; c_{n+1}$ với $n = 1, 2, 3, 4, 5$.

n	1	2	3	4	5
a_{n+1}					
b_{n+1}					
c_{n+1}					

Bài 3:(5 điểm) Cho tam giác ABC có 3 đỉnh thuộc mặt phẳng tọa độ là A(1;1); B(-3;4); C(6;4).

a, Tính đường cao, đường trung tuyến, đường phân giác trong, đường gân giác ngoài ứng với góc A.

b, Tính khoảng cách của tâm đường tròn nội tiếp và tâm đường tròn ngoại tiếp.

Đáp án bài tập hay:

Bài 1: Cách giải

a, Bấm: $1122334455 \times 5544332211 =$ (Kết quả: $6,22259507.10^{18}$)

Ta biết chính xác 8 chữ số đầu tiên của A là 62225950

Bấm: $1122334455 \times 5544332211 - 6,2225950 \times 10^{18} =$ (Kết quả: $7,037163.10^{10}$)

Ta biết chính xác 14 chữ số đầu tiên của A là 62225950703716

Để tìm 5 chữ số tận cùng của A bấm: $34455 \times 32211 =$ (Kết quả: 1109830005)

Suy ra 5 chữ số tận cùng của A là 30005.

Đáp án: B = 15241578750190521.

b, Bấm: $123456789^2 =$ (Kết quả: $1,524157875.10^{16}$)

Ta biết chính xác 9 chữ số đầu tiên của A là 152415787

Bấm: $123456789^2 - 1,52415787 \times 10^{16} =$ (Kết quả: 50190500).

Ta biết chính xác 14 chữ số đầu tiên của A là 15241578750190.

Để tìm 3 chữ số tận cùng của A bấm: $789^2 =$ (Kết quả: 622521)

Suy ra 3 chữ số tận cùng của A là 521

Đáp án: A = 6222595070371630005.

c, Tính một số kết quả:

$$\frac{10^2 + 2}{3} = 34 \text{ và } \left(\frac{10^2 + 2}{3} \right)^2 = 1156$$

$$\frac{10^3 + 2}{3} = 334 \text{ và } \left(\frac{10^3 + 2}{3}\right)^2 = 111556$$

$$\frac{10^4 + 2}{3} = 3334 \text{ và } \left(\frac{10^4 + 2}{3}\right)^2 = 11115556$$

Suy ra: $\frac{10^k + 2}{3}$ là số nguyên có $(k - 1)$ số 3 ở đầu và tận cùng là số 4. $\left(\frac{10^k + 2}{3}\right)^2$ là số

nguyên có k số 1 ở đầu, tiếp theo là $(k - 1)$ số 5, tận cùng là chữ số 6.

Đáp án: $C = 11111111111155555555556$

Bài 2: a, Quy trình ấn phím liên tục là:

alpha D alpha = alpha D + 1 alpha : alpha X alpha = alpha A + 2 alpha B + 3 alpha C alpha : alpha Y alpha = 2 alpha A + 3 alpha B + alpha C alpha : alpha M alpha = 3 alpha X + alpha Y + 2 alpha C alpha : alpha A alpha = alpha X alpha : alpha B alpha = alpha Y alpha : alpha C alpha = alpha M CALC

Máy hỏi D? **0** = (Biến đếm số hạng n).

Máy hỏi A? **1** = (Giá trị của a_1).

Máy hỏi B? **2** = (Giá trị của b_1).

Máy hỏi C? **3** = (Giá trị của c_1).

=====

b, Bảng giá trị:

n	1	2	3	4	5
a_{n+1}	14	213	3084	44417	639314
b_{n+1}	11	120	1663	23826	342727
c_{n+1}	59	877	12669	182415	2625499

PHẦN V: NHỮNG ĐIỀU CẦN LƯU Ý KHI LÀM BÀI THI

Trước lúc đi thi chắc hẳn bạn sẽ được rất nhiều lời khuyên, động viên từ phía thầy cô, cha mẹ và bạn bè giúp mình cố gắng hơn, quyết tâm hơn khi làm bài. Có 3 điều bạn cần lưu ý và không bao giờ được quên là:

Điều 1: Cần phải đọc kỹ phần chú ý ở đầu bài làm. Đề yêu cầu làm tròn bao nhiêu chữ số ở phần thập phân thì phải làm tròn bấy nhiêu.

Không được làm tròn nhiều hay, bớt đi.

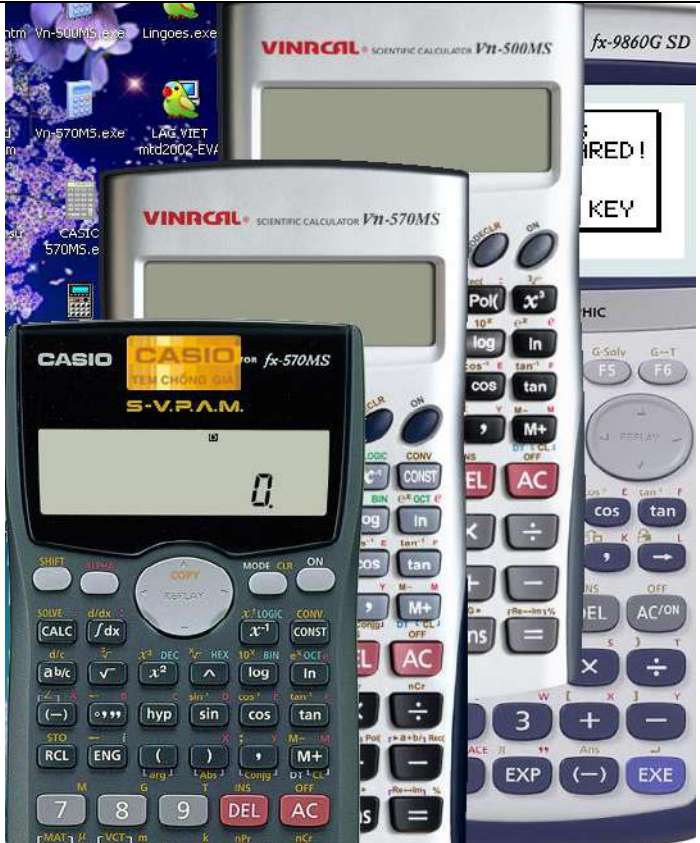
Điều 2: Dựa vào khoảng trống phần bài làm, ta đưa ra cách giải hợp lí, không nên giải dài dòng. Chủ yếu là ta làm đúng đáp số và cách trình bày lời giải nhằm chứng minh ta không nhìn bài của thí sinh khác.

Điều 3: Cần phải có đơn vị cho những bài tập hình học hoặc toán đố ... Chỉ cần thiếu 1 đơn vị là ta bị trừ 0,5 điểm. Một bài tập mà thiếu 4 đơn vị là bị trừ hết 2 điểm dù ta làm đúng đáp số và cách trình bày.

PHẦN VI: KIỂM TRA ĐÁP ÁN TRÊN MÁY VI TÍNH

Tất cả có trong CD chương trình

- ☪ Các phần mềm sưu tầm và viết bằng Pascal.
- ☪ Chương trình thi học sinh giỏi Tin học (Pascal).
- ☪ Thư giãn: Đọc truyện hay.... Rất nhiều.
- ☪ Âm nhạc: Nhiều bài hát Việt và nước ngoài tuyển chọn.
- ☪ Phim hay: “Ngôi nhà bí ẩn”.
- ☪ Ảo thuật: Tiết mục ảo thuật.
- ☪ Một số chương trình tiện ích khác.



(Để nhận CD này liên hệ qua Email: hoanghonam2005@yahoo.com.vn)

PHẦN VII: THAM GIA VIẾT BÀI CHO NĂM HỌC 2010 - 2011

Xin chào các bạn!!!

Tài liệu này đã một phần hoàn thiện, tuy đã cố gắng rất nhiều nhưng do soạn lần đầu nên hẳn có nhiều lỗi sót. Với mong muốn tài liệu hỗ trợ thật đắc lực cho bạn học. Ngoài kinh nghiệm của chính mình ra, tôi rất muốn được sự tham gia viết bài sửa lỗi, nâng cấp tài liệu của các bạn, thầy cô. Hy vọng sẽ có bước cải tiến vượt trội tài liệu này hơn. Sau đây là các hình thức tham gia viết bài đóng góp ý kiến và mong sớm nhận được bài viết của các bạn.

1, Những lỗi chính tả và cách giải sai:

- ✓ *Bạn đọc ghi rõ kí từ sai hoặc tên bài sai, số trang.*
- ✓ *Cách sửa lại cho đúng.*
- ✓ *Gửi thông tin qua email: hoanghonam2005@yahoo.com.vn hoặc in bài liên hệ.*

2, Bổ sung bài tập cho book:

- ✓ *Soạn trên Microsoft Word.*
- ✓ *Font chữ phải là font VNI-Time.*
- ✓ *Ghi rõ bổ sung bài tập cho phần nào.*
- ✓ *Gửi bài bằng USB (Bộ nhớ Flash), đĩa CD... Sent 1 file qua email hoanghonam2005@yahoo.com.vn hoặc in bài liên hệ.*

3, Tuyển tập đề thi huyện Bình Long, tỉnh Bình Phước:

➤ *Lúc trước tôi có sưu tầm nhưng không biết mất ở đâu rồi. Nếu bạn đọc có sưu tầm rất mong chia sẻ (Share) để tài liệu đa dạng hơn.*

- ✓ *Chia sẻ đề bằng USB (Bộ nhớ Flash), đĩa CD... Sent 1 file qua email hoanghonam2005@yahoo.com.vn hoặc in bài liên hệ. Ghi địa chỉ người gửi (Sent).*

4, Đáp án đề tổng hợp:

➤ **Có 2 nguyên nhân mà phần này chưa cập nhật vì:**

-Về phía tác giả không có nhiều thời gian và cũng lười, bài tập khá nhiều làm mệt quá.

-Muốn cho bạn đọc vừa học, vừa tìm hiểu và viết bài phần này để kiến thức học được ta nắm bắt kĩ hơn, khó quên. Vừa có lợi có bạn đọc vừa giúp ích cho tài liệu.

✓ *Bạn đọc cố gắng viết bài phân này (Hy vọng nhiều đó). Bài giải soạn bằng Microsoft Word và font VNI-Time.*

✓ *Gửi bài bằng USB (Bộ nhớ Flash), đĩa CD... Sent 1 file qua email hoanghonam2005@yahoo.com.vn hoặc in bài liên hệ. Ghi rõ họ tên, nơi học tập, dạy học người soạn.*

5, Soạn đề tổng hợp:

➤ *Mình học nhiều, có nhiều bài tập hay. Để lâu ta cũng quên dần, tại sao không tự mình nghĩ ra một đề thi nào đó nhỉ? Tự mình soạn ra và được “**Kinh nghiệm giải Toán trên máy tính Casio II**” lưu giữ cho bạn. Một ý kiến khá hay, học và sưu tầm cùng với tự soạn ra một đề tổng hợp hay luôn hen.*

✓ *Đề phải soạn bằng Microsoft Word và font VNI-Time. Cuối đề ghi rõ họ tên, địa chỉ người soạn.*

✓ *Gửi bài bằng USB (Bộ nhớ Flash), đĩa CD... Sent 1 file qua email hoanghonam2005@yahoo.com.vn hoặc in bài liên hệ.*

6, Các chương trình hỗ trợ việc học:

➤ *CD đi kèm, các bạn cũng đã biết các chương trình hỗ trợ không được nhiều nhưng cũng có một số chương trình khá hay. Trong CD chủ yếu là chương trình thư giãn, giải trí... Sang năm học 2010 – 2011, tôi xin hứa sẽ bổ sung nhiều chương trình có ích cho các bạn, sẽ có sự mới mẻ hơn. ☺*